Mathématiques en 3^e année : Rentrée de septembre 2020

Plan de récupération

Bonjour à tous,

Tout d'abord, je vous félicite pour le travail effectué durant la période difficile que nous avons vécue en cette fin d'année scolaire 2019-2020. Les points de matière qui n'ont pas pu être développés en présentiel feront l'objet des premières séances de cours dès la rentrée de septembre 2020. Il s'agira d'une remise à niveau avant d'envisager la matière de quatrième année.

Dans cette optique et pour préparer correctement votre rentrée, je vous propose une série d'exercices (voir suite du présent document) à effectuer, sur feuilles quadrillées, pendant les vacances. Idéalement, je vous conseille de réaliser cette série d'exercices à la fin du mois d'août en vous aidant de vos notes de cours. De plus, vous pouvez étaler votre travail sur plusieurs jours en effectuant, par exemple, une dizaine d'exercices par jour. Il s'agit d'exercices d'application fondamentaux que nous avons déjà faits à de nombreuses reprises avant et pendant le confinement. Je vous posterai le correctif complet et détaillé le vendredi 28 août 2020 sur le site de l'école. Cela vous permettra de vous auto-évaluer et si nécessaire d'aller en remédiation à la rentrée après en avoir discuté avec votre professeur de mathématiques de 4^e année. Par ailleurs, la réalisation de cette activité a pour but de vous remettre dans le bain avant d'entamer la nouvelle année scolaire qui s'annonce.

Attention : ce travail est obligatoire et vous passerez un petit test de quelques exercices à la rentrée après m'avoir remis le travail. Les dates et le planning de remise du travail et du passage du test vous seront communiqués par courrier postal.

Je vous souhaite à tous de bonnes vacances en juillet et août ainsi qu'une bonne santé à vous et vos proches.

En espérant vous retrouver en forme en septembre.

Cordialement.

Mr Godart

Chapitre 2 : Puissances à exposants entiers

N°5 p30

5 Pour chacune des expressions suivantes, trouve l'expression simplifiée qui lui correspond et justifie en utilisant une propriété ou une définition des puissances.

		A	B	C	D
a)	$x^{-3} . x^{-8}$	x^{11}	x^{5}	x^{24}	x^{-11}
b)	$(a^{-2})^{3}$	a	a^{-5}	a^{-8}	a^{-6}
c)	$\frac{b^{-8}}{b^{2}}$	b^{-10}	b^{10}	b^{-6}	b^{6}
d)	$\frac{1}{a^{-3}}$	$3a$	$\frac{a}{3}$	$-a^{3}$	a^{3}
e)	$(a . b)^{-2}$	$a . b^{-2}$	$-2ab$	$a^{-2} . b^{-2}$	$a^{-2} . b$
f)	$\left(\frac{a}{3}\right)^{-2}$	$\frac{a^{-3}}{3}$	$\frac{9}{a^{2}}$	$-\frac{a^{2}}{3}$	$\frac{a^{-2}}{9}$

N°14 p34 : le deuxième de chaque série

14 Réduis les expressions ci-dessous en appliquant les propriétés des puissances. Écris tes réponses en utilisant uniquement des exposants positifs.

a) $a^{-3} . a^{5}$; $x^{-5} . x^{-3}$; $a^{-8} . a^{3}$; $a^{5} . a^{-6}$; $x^{-4} . x^{4}$

b) $2a^{5} . (-4a^{-2})$; $-5x^{-3} . x^{2}$; $b^{-5} . (-3b^{3})$; $3a^{-3} . (-2a^{2})$; $a^{-3} . 2a^{-1} . a^{5}$

c) $(x^{-2})^{3}$; $(a^{-3})^{-4}$; $(b^{3})^{-2}$; $-(a^{-2})^{6}$; $(x^{-5})^{5}$

d) $(a^{3}b^{-2})^{-3}$; $(ab^{-4})^{2}$; $(2a)^{-3}$; $(3b)^{-2}$; $(b^{-3})^{-2}$

e) $(3a^{-2})^{2}$; $(5x^{-1})^{-3}$; $(2x^{-3}y^{2})^{3}$; $(4x^{2}y^{-4})^{-2}$; $(-3a^{2})^{-2}$

f) $(-3a^{2}b^{3})^{-3}$; $(a^{-3}b^{5})^{-2}$; $(-4a^{-4}b^{5})^{-3}$; $(-2a^{-2}b^{-3})^{-4}$; $-(2a^{-2})^{-5}$

g) $\left(\frac{a^{-3}}{b^{2}}\right)^{5}$; $\left(\frac{a^{3}}{b^{-5}}\right)^{2}$; $\left(\frac{2a}{b}\right)^{-3}$; $\left(\frac{5a^{-4}}{b^{-3}}\right)^{-2}$; $\left(\frac{-2a^{-4}}{b}\right)^{-3}$

N°16 p34 : série b)

16 Réduis les expressions ci-dessous et écris tes réponses en n'utilisant que des exposants positifs.

a) $x^{3} . x^{-8}$; $(a^{-3}b^{4})^{-3}$; $\left(\frac{a^{-3}}{b^{7}}\right)^{-2}$; $(3a^{-2})^{-4}$; $-5a . (-3a^{-4})$

b) $\left(\frac{4x^{3}}{y^{-2}}\right)^{3}$; $\frac{3a^{-1}}{5a^{7}}$; $(2a^{-3}b^{2})^{-4}$; $\frac{-5a^{-5}}{4a^{-4}}$; $-(-x^{5})^{-2}$

c) $(-a^{3}b^{-2})^{-2}$; $(-3xy^{-4})^{-1}$; $2a^{-3} . (-3a^{2})$; $(-2a^{-3}b^{-4})^{-3}$; $\left(\frac{a^{-1}b}{3b^{-2}}\right)^{-2}$

d) $\left(\frac{2b^{-2}}{a^{-4}}\right)^{-2}$; $3a . (-2a)^{-2}$; $(-4a^{-2}b^{3})^{-3}$; $\left(\frac{2x^{2}}{y^{-5}}\right)^{-3}$; $(3a^{2})^{-2} . (2a)^{-2}$

N°8 p36

8 Dans un accélérateur de particules, un proton dont la masse (m) vaut $1,67 . 10^{-27}$ kg subit une force constante (F) de $2,5 . 10^{-24}$ N. Calcule l'ordre de grandeur de l'accélération (a) à laquelle il est soumis.

Formule à utiliser : $\boldsymbol{F = m . a}$ Unités à utiliser : [N] = [kg] . [m/s²]

Chapitre 4 : Polynômes

N°3 p69

3 Voici sept polynômes en x :

$A(x) = x^4 + 2x^3 - x + 1$

$B(x) = 2x^2 - 5x + 1$

$C(x) = -3x^3 + 1$

$D(x) = 4x^4 + 3x^3 - x + x^2 - 1$

$E(x) = 3 + 2x - x^2 + 2x^3$

$F(x) = 3x^2 - 2x - 2$

$G(x) = 3x^2 - 4x + 2$

$H(x) = 2x^2 - 3$

$I(x) = -2x^4 + x^3 + 4x^2 - x + 1$

$J(x) = 4x^3 + 2x^2 + x - 1$

Retrouve le polynôme répondant aux conditions données.

a) Binôme de degré 2
b) Trinôme de degré 2, complet, dont la valeur numérique pour x = 0 est 1.
c) Trinôme de degré 2, complet, dont la valeur numérique pour x = 1 est 1.
d) Polynôme de degré 3, complet et ordonné suivant les puissances décroissantes de x
e) Polynôme de degré 4, complet et ordonné
f) Polynôme de degré 4, incomplet et ordonné

N°2 p70

2 Exprime en fonction de x et sous la forme d'une somme réduite, le périmètre et l'aire des rectangles suivants.

a) L = x + 4   l = x
b) L = 2x + 1   l = x + 1

N°13 p72 : le premier de chaque série

13 Effectue en utilisant un produit remarquable et note ta réponse sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

a) $(x-3).(x+3)$
$(-3x-1).(-3x+1)$
$(2a-5).(-2a-5)$
$(7-2x).(2x+7)$

b) $(x+4)^2$
$(-7-2x)^2$
$(-5a+3)^2$
$(3a-5)^2$

c) $(x^3-2).(x^3+2)$
$(3a^4-2).(2+3a^4)$
$(3x^2+5).(5-3x^2)$
$(-2x^3+1).(2x^3+1)$

d) $(x^3+4)^2$
$(5a-a^2)^2$
$(-2x^3+3x)^2$
$(-3a^3-2a^2)^2$

e) $\left(3x+\sqrt{5}\right).\left(-3x+\sqrt{5}\right)$
$\left(-2\sqrt{3}+x\right).\left(x+2\sqrt{3}\right)$
$\left(-\sqrt{2}+x^2\right).\left(x^2+\sqrt{2}\right)$
$\left(3\sqrt{6}+6x^2\right).\left(6x^2-3\sqrt{6}\right)$

f) $\left(3x+\sqrt{2}\right)^2$
$\left(-5\sqrt{3}+x\right)^2$
$\left(-4\sqrt{6}-\sqrt{2}x^2\right)^2$
$\left(-4x^2+2\sqrt{3}\right)^2$

g) $(3-xy).(xy+3)$
$(-x+3y).(-x-3y)$
$(x^2-4y).(x^2+4y)$
$(xy^2+3).(-3+xy^2)$

h) $(2x+3y)^2$
$(x-2y)^2$
$(-7x^2+y)^2$
$(-5x^2y-3xy^3)^2$

i) $\left(\frac{3}{2}x^3-1\right).\left(-1-\frac{3}{2}x^3\right)$
$\left(4x^2-\frac{1}{3}y\right).\left(\frac{1}{3}y+4x^2\right)$
$\left(\frac{2}{3}x^2-3\right)^2$
$\left(-\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}\right)^2$

j) $\left(\frac{x}{3}+\frac{3y}{2}\right).\left(\frac{x}{3}-\frac{3y}{2}\right)$
$\left(\frac{x^3}{2}-\frac{3y^2}{5}\right).\left(\frac{x^3}{2}+\frac{3y^2}{5}\right)$
$\left(-\frac{xy}{6}-\frac{1}{3}\right)^2$
$\left(\frac{3}{2}x-y^2\right)^2$

N°17 p73 : le premier de chaque série

17 Effectue les quotients ci-dessous et écris tes réponses sous la forme $A(x) = D(x) . Q(x) + R(x)$

a) $(x^3+3x^2-7x+2):(x+3)$
$(x^3+x^2+x+1):(x^2-1)$
$(2x^3-9x^2+13x-6):(2x-3)$
$(6x^3+17x^2-x-4):(3x+1)$

b) $(3x^4-5x^2+2):(3x^2-2)$
$(4x^5-5x^4+1):(x-1)$
$(x^5+1):(x^2-x+1)$
$(x^4+3x^3-x+1):(x^2-4x+1)$

N°18 p73 : le premier de chaque série

18 Détermine le quotient et le reste de la division du polynôme $A(x)$ par le binôme $D(x)$ en utilisant la méthode de Horner.

a) $(2x^2-5x-3):(x-3)$
$(3x^3-7x^2+5x-10):(x-2)$
$(x^3-2x^2+x-6):(x+2)$

b) $(x^4+x^3-2x^2+x+3):(x+1)$
$(x^4+x^3-2x^2+3x-3):(x-1)$
$(2x^4-5x^3+6x^2-7x+4):(x-2)$

c) $(5x^2-1):(x+1)$
$(x^3+27):(x+3)$
$(2x^3-2x-4):(x-2)$

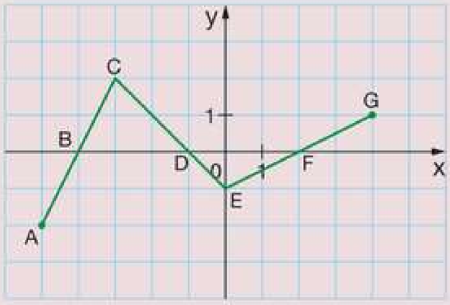
d) $(5x^4-3x^2+2):(x-3)$
$(x^4+3x^3+3x-2):(x+1)$
$(x^5-x^3+2x+3):(x-1)$

Chapitre 6 : Approche graphique d’une fonction

N°2 p97

2 Voici le graphique de la fonction f.

a) Choisis la (les) bonne(s) réponse(s) parmi les intervalles proposés.



	• [–5 ; –3]
dom f •	• [–5 ; 4]
im f •	• [–4 ; –1]
f est croissante •	• [–2 ; 2]
f est positive •	• [0 ; 4]
	• [2 ; 4]

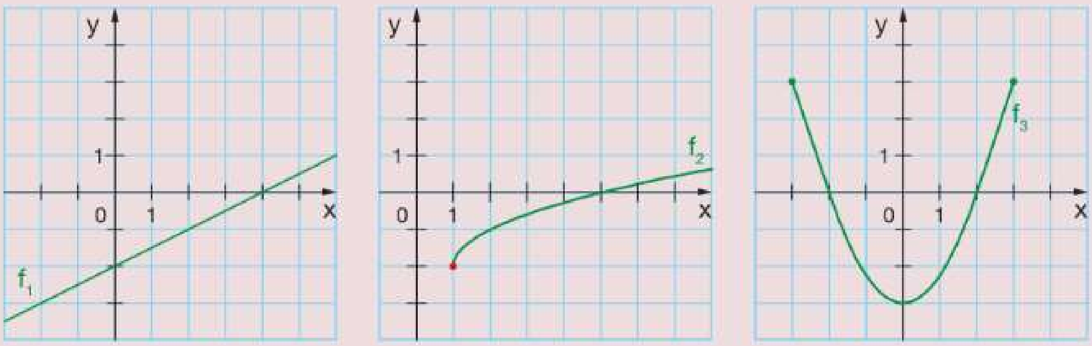
b) Complète les phrases à l’aide d’une lettre représentant un point du graphique.

La fonction f admet un maximum absolu au point …… .
La fonction f admet un minimum absolu au point …… .
La fonction f admet un maximum local qui n’est pas absolu au point …… .
La fonction f admet un minimum local qui n’est pas absolu au point …… .
L’abscisse du point …… est le zéro positif de la fonction f.
L’abscisse du point …… est un zéro négatif de la fonction f.
L’ordonnée du point …… est l’ordonnée à l’origine de la fonction f.

N°2 p99 : les trois premiers graphiques

2 Pour chacune des fonctions représentées ci-dessous, …

a) détermine le domaine et l’ensemble image.
b) détermine l’ordonnée à l’origine et le(s) zéro(s).
c) dresse le tableau de signes.
d) dresse le tableau de variations.



N°2 p101

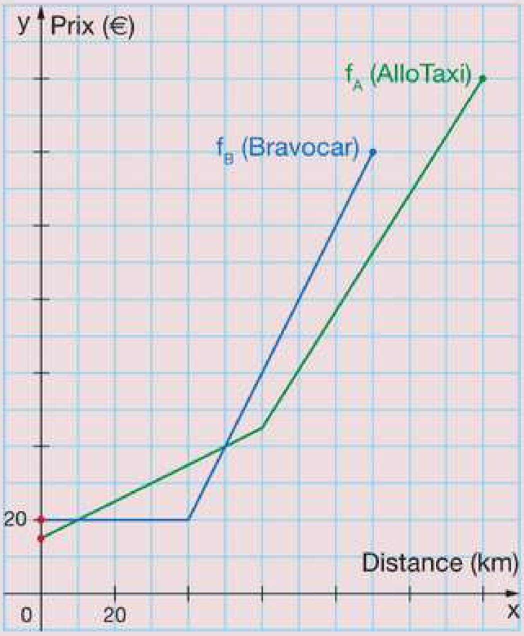
2 Le graphique ci-dessous montre les prix demandés par les sociétés de taxis AlloTaxi et Bravocar.
On appelle f_A et f_B les fonctions représentées.

a) Détermine le domaine de chacune de ces fonctions. Quelles conclusions peux-tu en tirer sur les distances des trajets avec chacune des sociétés ?

b) La fonction f_B est constante sur]0 ; 40]; comment peux-tu interpréter cette tarification ?

c) Pour quelles distances la société AlloTaxi est-elle plus avantageuse ? Écris ta réponse sous forme d'intervalles.

d) L'année dernière, Pierre a effectué quatre allers-retours entre son domicile et l'aéroport avec la société Bravocar. Il a payé au total 640 €. Détermine la distance entre son domicile et l'aéroport et le montant qu'il aurait pu épargner en choisissant la société AlloTaxi.



Chapitre 7 : Factorisation et équations « produit nul »

N°5 p112

5 Associe les sommes et les produits égaux.

a) $7x + 7$	1) $(x - 3)^2$
b) $x^2 - 9$	2) $7 \cdot (x^2 + x + 1)$
c) $x^2 - 6x + 9$	3) $2 \cdot (x - 1)^2$
d) $7x^2 + 7x + 7$	4) $7 \cdot (x + 1)$
e) $x^2 - 1$	5) $(x + 3) \cdot (x - 3)$
f) $x^2 - 2x + 1$	6) $(x - 1)^2$
g) $2x^2 - 4x + 2$	7) $(x + 1) \cdot (x - 1)$

N°2 p113 et 114 : le premier de chaque série

2 Factorise les expressions suivantes en mettant en évidence les facteurs communs.

a) $25x + 75$
$24a - 16$
$-12a - 3$
$6x - 6$
$-16a + 32$

b) $8a^2 - 12a$
$-18a^2 + 27a^6$
$60x^3 - 40x^5$
$8a^2 - 12a^3$
$-72x^2 + 48x$

c) $4x + 4y$
$3ab - 2ac$
$10a + 15b$
$-27x - 18y$
$-36a + 48b$

d) $-12a^2x^3 + 30ax^2$
$5x^3y^3 - 15xy^3$
$35x^2y + 7xy - 21xy^2$
$12a^3b + 6ab^2 - 8a^4b$
$-4a^2b^2 + 6ab^2 - 8a^3b$

e) $3 . (x + 4) - x . (x + 4)$
$-4 . (2 + x) + 5x . (2 + x)$
$2x . (x + 1) - 3 . (x + 1)$

f) $3 . (2x + 1)^2 - 4 . (2x + 1)^3$
$5 . (a + 1) - 3 . (a + 1)^2$
$7 . (3 - x)^2 - (3 - x) + 3x . (3 - x)$

g) $(x - 3) . (x + 4) + (5 - x) . (x - 3)$
$(3 + x) . (4x - 5) - (2x + 1) . (4x - 5)$
$(4 + a) . (2a - 3) + (2a - 3) . (2a - 1)$

h) $5x . (x - 2) - 3 . (2 - x)$
$-4 . (3 + a) + a . (-3 - a)$
$2x . (-x + 3) + 3 . (x - 3)$

i) $5x . (3x - 2)^2 - 3 . (2 - 3x)$
$3 . (x + 1) . (x - 1) - 3 . (1 - x)^2$
$-7a . (3a - 1)^3 + 2 . (1 - 3a)^2$

j) $(2x - 3) . (x + 3) - (x + 7) . (3 - 2x)$
$(2x + 7) . (3x - 1) + (2 + x) . (-3x + 1)$
$-(5a + 1) . (2a - 5) - (5 - 2a) . (a + 5)$

N°6 p114 : le premier de la série b

6 En utilisant la division par « x – a », factorise les polynômes suivants.

a) $x^2 - 5x + 6$
$2x^2 - 5x - 3$
$3x^2 + 7x + 2$

b) $x^3 - 6x^2 + 6x - 1$
$x^3 + 9x^2 + 27x + 27$
$x^3 + 5x^2 + 7x + 3$

c) $x^3 - 5x - 2$
$x^3 - 27$
$x^3 - 3x^2 + 2$

N°9 p115 : le troisième de chaque série

9 Résous les équations suivantes.

a) $(x - 4) . (x + 3) = 0$
$0 = (x - 1) . (2x - 3)$
$x . (2x - 1) . (3x + 7) = 0$

b) $x^2 - 7x = 0$
$x^2 - 14x + 49 = 0$
$9x^2 - 4 = 0$

c) $x^3 - 4x^2 = 0$
$18x^2 - 12x + 2 = 0$
$0 = 3x^3 - 27x$

d) $-24x = 9x^2 + 16$
$x^2 = 2x - 1$
$20 = 5x^2$

e) $x^3 = x$
$x^2 + 8x = 5x^2 + 4$
$12x - 18 = 2x^2$

f) $27x^3 = 18x^2 - 3x$
$1 + 2x = 2x^3 + x^2$
$12x^4 + 12x^3 = 3x^2 + 3x$

g) $2x^2 + 7x + 3 = 0$
$5x = 2 + 3x^2$
$0 = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$2x^3 + x^2 = 8x - 5$

h) $x . (x - 5) = x$
$2x . (x - 3) - 3 . (x - 3) = 0$
$3 . (2x + 3) = x . (2x + 3)$
$(x + 4) . (x + 4) = 9$

i) $2x . (x^2 - 1) = 3 . (x^2 - 1)$
$2x^2 . (x + 1) = 8 . (x + 1)$
$x^2 . (x + 1) + 2x . (x + 1) + (x + 1) = 0$
$x^2 . (4x - 1) = 9 . (4x - 1)$

j) $(3x - 1) . (x + 2) = x . (x + 2)$
$x^2 . (x - 3) + (x - 3) = 2x . (x - 3)$
$4x^2 . (3x + 1) - 9 . (3x + 1) = 0$

k) $9x^2 . (2x + 5) = 6x . (2x + 5) - (2x + 5)$
$(x - 1) . (3x - 2) = 4x . (2 - 3x)$
$(5x + 3) . (x - 7) = (2x + 4) . (7 - x)$

Chapitre 9 : Fractions algébriques

N°2 p141

2 Pour chaque fraction ci-dessous, retrouve sa forme simplfiée correcte.

$\frac{2x-6}{4}$	$\frac{x^2}{x^5}$	$\frac{5x}{2x}$	$\frac{25-x^2}{5-x}$	$\frac{1-x}{x-1}$	$\frac{x^2-x}{x}$
$\frac{x-6}{2}$	x^3	$3x$	$5-x$	-1	$1-x$
$\frac{2x-3}{2}$	$\frac{1}{x^3}$	3	$5+x$	1	$x-1$
$\frac{x-3}{2}$	$\frac{x}{x^3}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{5+x}$	0	x

N°1 p142 : le premier de chaque série

1 Énonce la condition d'existence des fractions ci-dessous.

a) $\frac{x}{x-7}$ $\quad \frac{5}{4-5x}$ $\quad \frac{3x}{2x+1}$ $\quad \frac{4+x}{4x}$

b) $\frac{2x-1}{5x^2-x}$ $\quad \frac{x-1}{2x^2+7x}$ $\quad \frac{4x}{2x^2+18}$ $\quad \frac{2x+1}{6x^2-3x^3}$

c) $\frac{4x^2}{9x^2-4}$ $\quad \frac{3}{2x^2-3x+1}$ $\quad \frac{2x-7}{x^2-6x+9}$ $\quad \frac{x^2}{x^3+3x^2+3x+1}$

N°2 p142 : le premier de chaque série

2 Simplifie les fractions suivantes.

a) $\frac{3x-6}{4x-8}$ $\quad \frac{5x-5}{2-2x}$ $\quad \frac{6x^2-3x}{24x-12}$ $\quad \frac{x^2-x}{4x-4}$ $\quad \frac{3-6x}{1-4x^2}$ $\quad \frac{9x-x^3}{3x^2-27}$

b) $\frac{8x+4}{4x^2-1}$ $\quad \frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ $\quad \frac{2x^2-16x+32}{16-x^2}$ $\quad \frac{3x^2-2x}{6x-4}$ $\quad \frac{x^3-4x}{x^2+8x+16}$ $\quad \frac{4x^2-9}{4x^2-12x+9}$

c) $\frac{x-2}{-x^2+3x-2}$ $\quad \frac{x^2-x-6}{x+2}$ $\quad \frac{-10+5x}{x^3-x-6}$ $\quad \frac{x^2+2x-3}{3x^2-27}$ $\quad \frac{x^2-x}{2x^2+2x-4}$

N°8 p144 : les trois exercices de la première ligne

8 Énonce les conditions d'existence, puis résous les équations suivantes.

a) $\frac{3}{x-1}-\frac{1}{x+2}=\frac{5}{x-1}$ $\quad \frac{-1}{x+1}-\frac{6}{3x-3}=\frac{1}{x^2-1}$ $\quad \frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x^2-2x+1}$

$1-\frac{x^2+2x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}=0$ $\quad \frac{2}{x-3}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2-3x}$ $\quad \frac{1}{3x^2+3}+\frac{2}{3x}=\frac{5}{6x}$

b) $\frac{2}{(3x+2).(x-1)}=\frac{1}{3x+2}+\frac{3}{x-1}$ $\quad \frac{1}{4x-3}-\frac{2}{2x+1}=\frac{3}{(4x-3).(2x+1)}$

$\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x+1}=\frac{4}{(x-3).(x+1)}-\frac{2}{x-3}$ $\quad \frac{2}{3x-1}-\frac{-1}{2x-1}-\frac{1}{(2x-1).(3x-1)}=0$

$\frac{3}{x-2}-\frac{1}{2x+5}+\frac{2}{(x-2).(2x+5)}=0$ $\quad \frac{1}{2x+6}+\frac{1}{x^2+4x+4}=\frac{2}{4x+12}$

N°8 p182 : exercices f, l et r

8 Résous les équations suivantes.

a) $\frac{x}{12} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{41}{2} = \frac{x}{3}$

c) $3 = \frac{4}{x}$

d) $\frac{x}{3} = 17$

e) $\frac{1}{7} = \frac{x}{5}$

f) $\frac{20}{x} = \frac{3}{5}$

g) $\frac{1}{x+2} = 3$

h) $\frac{15}{x+3} = \frac{2}{3}$

i) $\frac{x}{4} = \frac{7-x}{10}$

j) $\frac{3+x}{4} = \frac{2x}{6}$

k) $\frac{5}{x-2} = \frac{4}{2-x}$

l) $\frac{3x}{2} = \frac{8-x}{3}$

m) $\frac{32}{x} = \frac{x}{2}$

n) $\frac{2x}{5} = \frac{10}{x}$

o) $\frac{x-3}{24} = \frac{3}{x+3}$

p) $\frac{5-x}{11} = \frac{1}{x+5}$

q) $\frac{2}{x+1} = \frac{x+1}{8}$

r) $x-2 = \frac{25}{x-2}$