

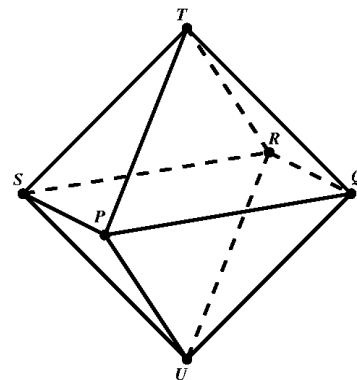
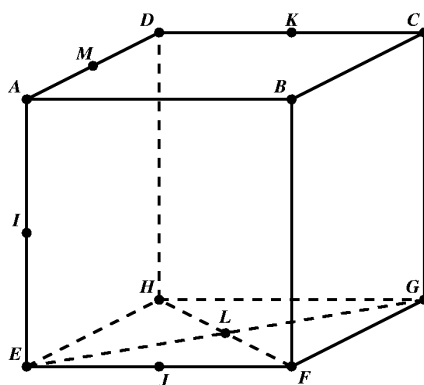
ORTHOGONALITÉ DANS L'ESPACE

Voici quelques exercices de géométrie synthétique de l'espace concernant l'orthogonalité. Si nécessaire, une méthode vectorielle ou analytique peut être utilisée. Bon travail !

A. Vandenbruaene

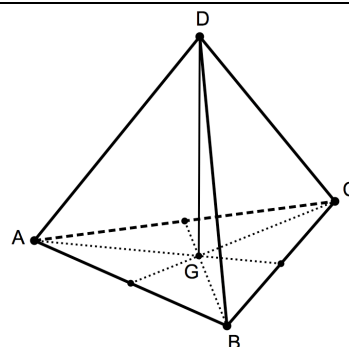
1. Voici un cube et un octaèdre régulier. Dans chacun des cas suivants, déterminez la position relative des deux droites (précisez s'il y a orthogonalité ou non et justifiez).

- a) MK et HF
- b) DF et EG
- c) KL et ME
- d) MG et KE
- e) BH et CE
- f) KJ et EF
- g) KJ et HG
- h) MI et AB
- i) ST et RU
- j) SQ et TU
- k) TP et RU



2. Dans le cube, démontrez que la droite DF est perpendiculaire au plan BEG. Justifiez ensuite que les plans DBF et BEG sont perpendiculaires.
3. Dans l'octaèdre régulier, démontrez que la droite SQ est perpendiculaire au plan PTR. Justifiez ensuite que les plans SQR et PTR sont perpendiculaires.
4. Dans l'octaèdre régulier, démontrez que les plans STQ et PTR sont perpendiculaires. Quelle est leur droite d'intersection ?
5. Dans l'octaèdre régulier, démontrez que les plans SRU et PQT sont parallèles. (revoyez votre cours de quatrième).

6. Voici un tétraèdre régulier ABCD. Ses quatre faces sont des triangles équilatéraux. Soit G le centre de gravité de la face ABC. Démontrez que la droite DG est perpendiculaire au plan ABC.



7. Dans le cube de la question n°1 , construisez la perpendiculaire commune aux droites DB et AE (justifiez). Même question pour les droites DI et BG .

8. Soit un plan π . Soit une droite d incluse dans π , et un point P appartenant à π mais n'appartenant pas à d . Par le point P , on élève une droite a perpendiculaire à π . Sur cette droite a , on place un point Q n'appartenant pas à π . Enfin, par le point Q , on mène une droite perpendiculaire à d , coupant celle-ci au point R . Réalisez une figure et démontrez que la droite PR est perpendiculaire à d .

9. Dans le tétraèdre régulier de la question n°6, soit M le milieu de l'arête $[AB]$.

a) Démontrez que la droite AB est perpendiculaire au plan CMD .

b) Démontrez que les droites AB et CD sont orthogonales.

c) Démontrez que les droites AB et DG sont orthogonales.

d) En suivant une démarche analogue à celle des points (a) et (c), démontrez que les droites AC et DG sont orthogonales.

e) Déduisez-en que la droite DG est perpendiculaire au plan ABC .

10. Dans le cube de la question n°1, soit O le point d'intersection de la droite CE et du plan AFH . Démontrez que les points A , O et L sont alignés.
