

**MATHÉMATIQUE (6h)****Corrigé du test n°7 (évaluation formative) : fonctions trigonométriques**

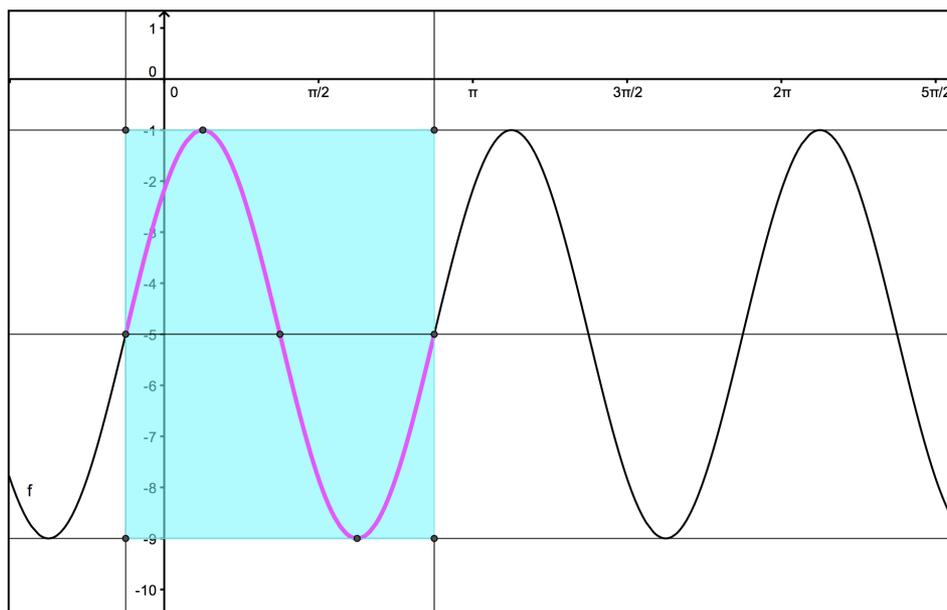
1. Soit la fonction  $f(x) = 4 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 5$ .

- a) Valeur moyenne :  $d = -5$   
 Valeur maximale :  $-5 + 4 = -1$   
 Valeur minimale :  $-5 - 4 = -9$   
 Amplitude :  $a = 4$

$$\text{Période : } T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

Pour déterminer la fenêtre, transformons l'expression :  $f(x) = 4 \cdot \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{8}\right)\right] - 5$ .

Nous en déduisons que  $c = \frac{\pi}{8}$ , et que la fonction de référence a subi une translation de  $\frac{\pi}{8}$  vers la gauche. Fenêtre :  $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\right] \times [-9, -1]$ .



- b) Pour le cycle mis en évidence, les points situés sur la droite  $y = -5$  (valeur moyenne) ont pour coordonnées :  $\left(-\frac{\pi}{8}, -5\right)$ ,  $\left(\frac{3\pi}{8}, -5\right)$  et  $\left(\frac{7\pi}{8}, -5\right)$ .

$$\text{Le maximum a donc pour coordonnées : } \left(\frac{-\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}}{2}, -1\right) = \left(\frac{\pi}{8}, -1\right).$$

$$\text{Et le minimum a pour coordonnées : } \left(\frac{\frac{3\pi}{8} + \frac{7\pi}{8}}{2}, -9\right) = \left(\frac{5\pi}{8}, -9\right).$$

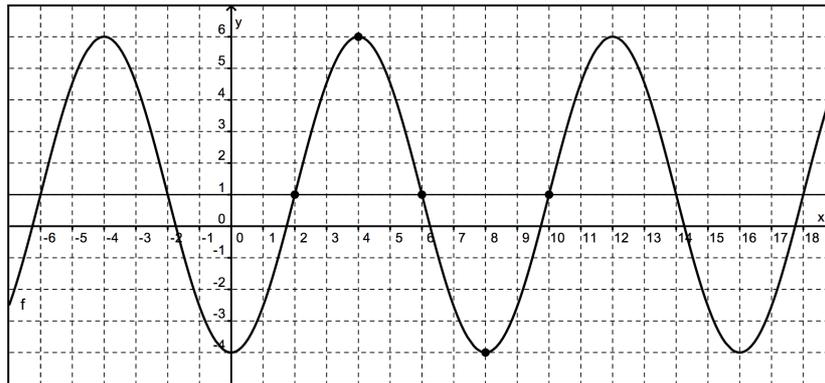
2. Le graphique permet de lire directement  $d = 1$  (valeur moyenne) et  $a = 5$  (écart entre la moyenne et la valeur maximale ou minimale).

La fonction effectue un cycle dans l'intervalle  $[2,10]$ , soit une période de 8.

$$\text{Donc : } \frac{2\pi}{b} = 8 \rightarrow b = \frac{\pi}{4}.$$

Nous observons un début de cycle au point  $(2,1)$  (quand la fonction prend sa valeur moyenne) et nous pouvons donc prendre  $c = -2$ .

Une expression analytique possible est donc :  $f(x) = 5 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{4} \cdot (x - 2)\right] + 1$ .



3. Le graphique permet de lire directement la valeur maximale 19 et la valeur minimale -10. La valeur moyenne est donc  $(19 - 10) / 2 = 4,5$  (la température moyenne « officielle » est 4,4) et l'amplitude est  $19 - 4,5 = 14,5$ .

La fonction effectue un cycle dans un intervalle de temps de 12 mois.

$$\text{Donc : } \frac{2\pi}{b} = 12 \rightarrow b = \frac{\pi}{6}.$$

La fonction prend sa valeur moyenne vers la mi-avril et nous pouvons donc prendre  $c = 3,5$ .

Une expression analytique possible est donc :  $T(n) = 14,5 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{6} \cdot (n - 3,5)\right] + 4,5$  (où  $n$  est le nombre de mois écoulés depuis le début de l'année).

Test : quelle est la température moyenne au début de septembre ?

Nous trouvons :  $T(8) = 14,5 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{6} \cdot (8 - 3,5)\right] + 4,5 \approx 14,75(^{\circ}\text{C})$ , ce qui est satisfaisant.

