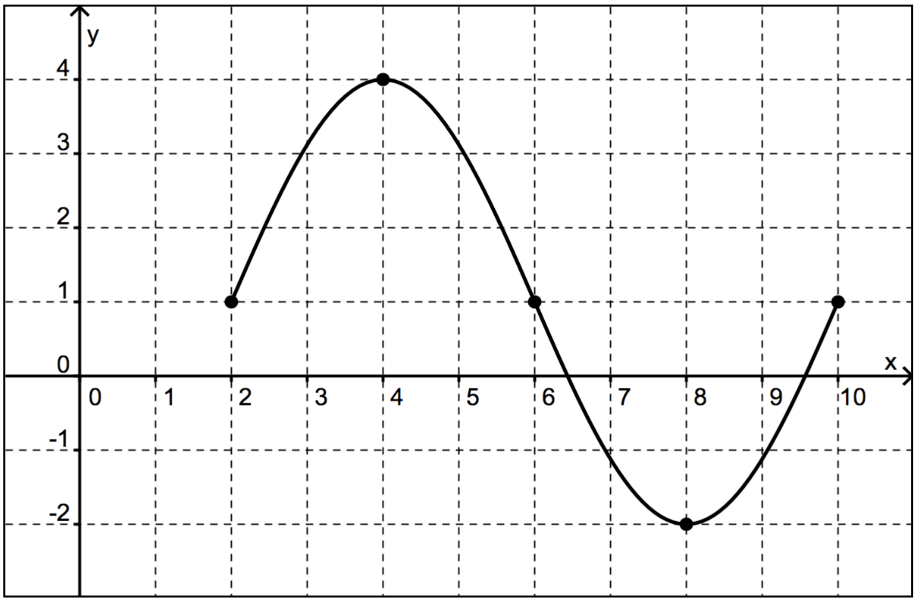
Exercice 1 : déterminer l'expression analytique de la fonction représentée ci-dessous, sachant qu'elle est de la forme $f(x) = a \cdot \sin\left[b \cdot (x+c)\right] + d$.



- La valeur moyenne de la fonction vaut 1 ; donc, $d = 1$.
- L'amplitude de la fonction est la valeur absolue de l'écart entre sa valeur maximale et sa valeur moyenne : $a = |4-1| = 3$.
- Nous voyons un cycle dans l'intervalle $[2,10]$; la fonction a donc pu être obtenue en translatant sinus de 2 unités vers la droite : $c = -2$.
- La période vaut $10 - 2 = 8$; donc, $\frac{2\pi}{|b|} = 8$; comme $b > 0$, on a : $b = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Finalement : } f(x) = 3 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{4}(x-2)\right] + 1 .$$

Exercice 2 : construire le graphique de la fonction $f(x) = 5 \cdot \sin(4x - \frac{2\pi}{3}) - 2$.

Transformons d'abord légèrement l'écriture de la fonction : $f(x) = 5 \cdot \sin\left[4\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right] - 2$.

De cette façon, nous identifions les valeurs des paramètres : $a = 5$, $b = 4$, $c = -\frac{\pi}{6}$ et $d = -2$.

Les différentes étapes de la construction pourraient alors être :

❶ $\sin x$.

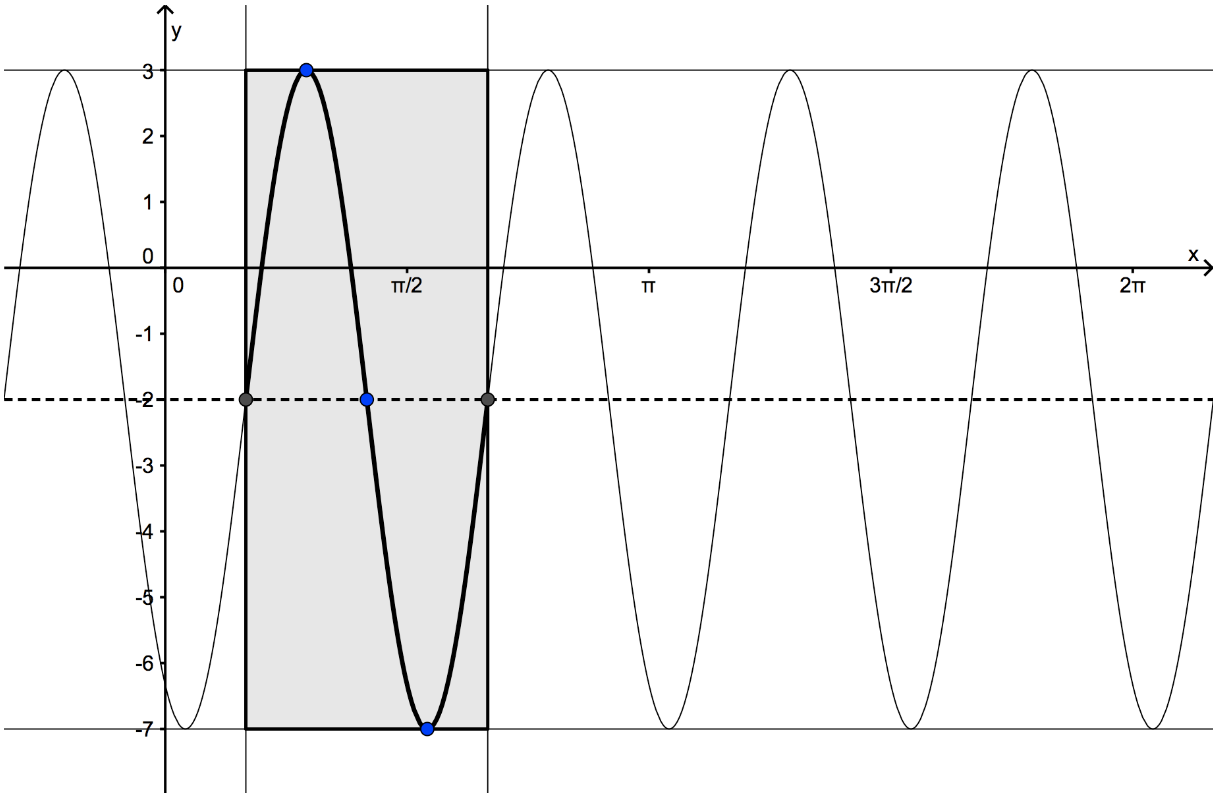
❷ $\sin 4x$ (division des abscisses par 4 , ce qui veut dire que la période devient $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ et qu'un cycle complet de la fonction peut être dessiné dans l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$).

❸ $\sin\left[4\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]$ (translation horizontale de $\frac{\pi}{6}$ vers la droite ; un cycle complet de cette fonction peut donc être dessiné dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right]=\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$).

❹ $5\cdot\sin\left[4\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]$ (multiplication des ordonnées par 5 ; cette fonction prend donc des valeurs entre -5 et 5).

❺ $5\cdot\sin\left[4\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]-2$ (translation verticale de 2 vers le bas ; cette fonction prend donc des valeurs entre -7 et 3).

Tenant compte des résultats ❸ et ❺ , nous voyons que nous pouvons dessiner un cycle complet de cette fonction dans la *fenêtre* $\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]\times[-7,3]$.



Dans cette fenêtre,

- les abscisses des points de rencontre du graphique de f avec la droite $y=-2$ sont $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{12}$ et $\frac{2\pi}{3}$;
- l'abscisse du maximum est $\frac{7\pi}{24}$;
- l'abscisse du minimum est $\frac{13\pi}{24}$.