

$$t = 0 \text{ ou } t = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan \frac{x}{2} = 0 \text{ ou } \tan \frac{x}{2} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = k\pi \text{ ou } \frac{x}{2} = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = k \cdot 2\pi \text{ ou } x = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi$$

Remarque : cette équation est du type $a \cdot \cos x + b \cdot \sin x = c$ et peut donc aussi se résoudre en posant $\tan y = \frac{b}{a}$. On obtient ainsi $\cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ (faire les calculs) qui possède les solutions trouvées ci-dessus.

$$8. \quad \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{1 - \frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{\frac{1+t^2-2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{(1-t)^2}{(1-t)(1+t)} = \frac{1-t}{1+t}$$

$$9. \quad a) \quad \sin 5a - \sin 7a = 2 \cdot \sin \frac{5a-7a}{2} \cdot \cos \frac{5a+7a}{2}$$

$$= 2 \cdot \sin(-a) \cdot \cos 6a = -2 \cdot \sin a \cdot \cos 6a$$

$$b) \quad (\cos a + \cos 2a) + (\cos 3a + \cos 4a)$$

$$= 2 \cdot \cos \frac{3a}{2} \cdot \cos\left(\frac{-a}{2}\right) + 2 \cdot \cos \frac{7a}{2} \cdot \cos\left(\frac{-a}{2}\right)$$

$$= 2 \cdot \cos \frac{a}{2} \cdot \left(\cos \frac{3a}{2} + \cos \frac{7a}{2}\right) = 4 \cdot \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{5a}{2} \cdot \cos a$$

$$10. \quad f(x) = \cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow -2 \cdot \sin \frac{3x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{3x}{2} = 0 \quad \text{ou} \quad \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{2} = k\pi \quad \text{ou} \quad \frac{x}{2} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = 2k\pi$$

k	$\frac{2k\pi}{3}$	$2k\pi$
...
-2	-4.1888	-12.5664
-1	-2.0944 (A)	-6.2832
0	0	0
1	2.0944 (B)	6.2832
2	4.1888 (C)	12.5664
3	6.2832 (D)	18.8496
4	8.3776 (E)	25.1327
...

La plus grande racine strictement positive est $-\frac{2\pi}{3}$. Elle correspond à l'abscisse du point A sur le graphique de f (voir annexe).

Les quatre premières racines strictement positives sont $\frac{2\pi}{3}$, $4\pi/3$, 2π et $8\pi/3$. Elles correspondent aux abscisses des points B, C, D et E.

Remarque : l'ensemble des solutions de la forme $x = \frac{2k\pi}{3}$ contient toutes celles de la forme $x = 2k\pi$.