1. Soit A l'événement « le premier tireur touche la cible » et B l'événement « le second tireur touche la cible ». Nous avons P(A) = 0,7 et P(B) = 0,5 .
Pour que la cible soit touchée, il faut que le premier *ou* le second tireur touche la cible, autrement dit que l'événement A *ou* l'événement B soi(en)t réalisé(s) (il s'agit d'un *ou* non-exclusif car la cible peut être touchée par les deux tireurs).

 Nous cherchons donc la probabilité de A ∪ B : $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ .

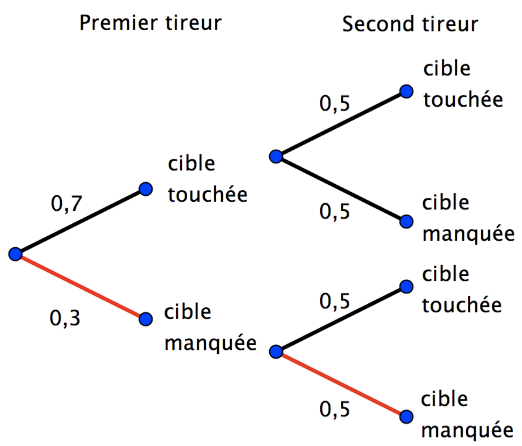
 Les événements A et B étant indépendants (aucun tireur n'influence l'autre), nous avons
$$P(A\cap B) = P(A).P(B) .$$

 Finalement : $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = 0,7 + 0,5 - 0,7.0,5 = 0,85$ .

 Il y a 85% de chances que la cible soit atteinte.

 <u>Autre méthode</u>

 Le problème peut facilement se résoudre par un diagramme en arbre.




 Pour trouver la probabilité que la cible soit touchée, il y a trois « chemins » favorables :

 0,7 . 0,5 + 0,7 . 0, 5 + 0,3 . 0,5 = 0,85 .

 On peut aussi déterminer la probabilité pour que la cible soit manquée par les deux tireurs. Considérant le « chemin » formé par les deux segments de couleur rouge, la probabilité que cela arrive est 0,3 . 0,5 = 0,15 . La probabilité que la cible soit touchée est 1 - 0,15 = 0,85 .

2. Soit A l'événement « le premier étudiant résout le problème » et B l'événement « le second étudiant résout le problème ». Nous avons P(A) = 0,8 et P(B) = 0,2 .
Comme dans l'exercice n°1 , pour que le problème soit résolu, il faut que l'événement A *ou* l'événement B soi(en)t réalisé(s) (il s'agit toujours d'un *ou* non-exclusif).

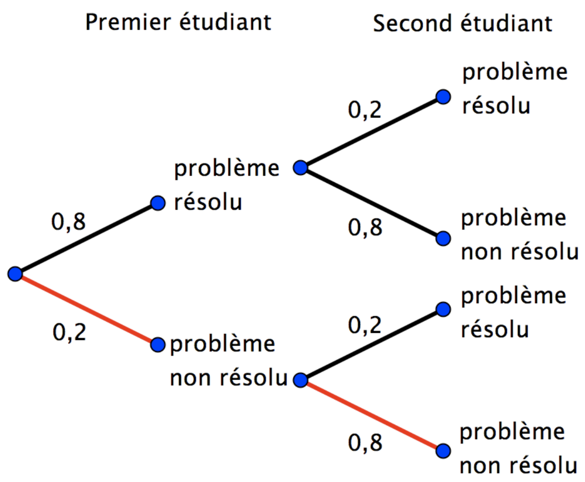
 Les événements A et B étant indépendants (les étudiants ne se consultent pas), nous avons :
$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = 0,8 + 0,2 - 0,8.0,2 = 0,84 .$$

 Il y a 84% de chances que le problème soit résolu, et donc 16% qu'il ne le soit pas.

Nous avons suivi la même démarche qu'au n°1, mais nous pouvons réfléchir autrement.
En effet, pour que le problème *ne* soit *pas* résolu (c'est la question), il faut que le premier étudiant ne trouve pas la solution ( $\overline{A}$ ) *et* le second non plus ( $\overline{B}$ ).
Nous cherchons donc la probabilité de $\overline{A} \cap \overline{B}$ :

$$\begin{aligned} P(\overline{A} \cap \overline{B}) &= P(\overline{A}).P(\overline{B}) \qquad \text{(indépendance)} \\ &= [1-P(A)].[1-P(B)] = 0{,}2\,.\,0{,}8 = 0{,}16\ . \end{aligned}$$

Avec un diagramme en arbre comme ci-dessous, il suffit de suivre le « chemin rouge ».




---

3. Soit A l'événement « la somme des points est égale à 6 » et B l'événement « un des dés a amené un 2 » . Nous cherchons $P(B|A)$ .

   Le plus simple est de considérer l'événement dont nous savons qu'il est réalisé, à savoir

$$A = \{(1{,}5),(2{,}4),(3{,}3),(4{,}2),(5{,}1)\}\ .$$

   Parmi les 5 événements élémentaires de A , il y en a 2 qui réalisent B : $(2{,}4)$ et $(4{,}2)$ .

   Par conséquent : $P(B|A) = \dfrac{2}{5}$ .

---

4. Soit A l'événement « un des dés a amené 5 » et B l'événement « la somme des points est égale à 7 » . Nous cherchons $P(B|A)$ .

   L'événement dont nous savons qu'il est réalisé est :

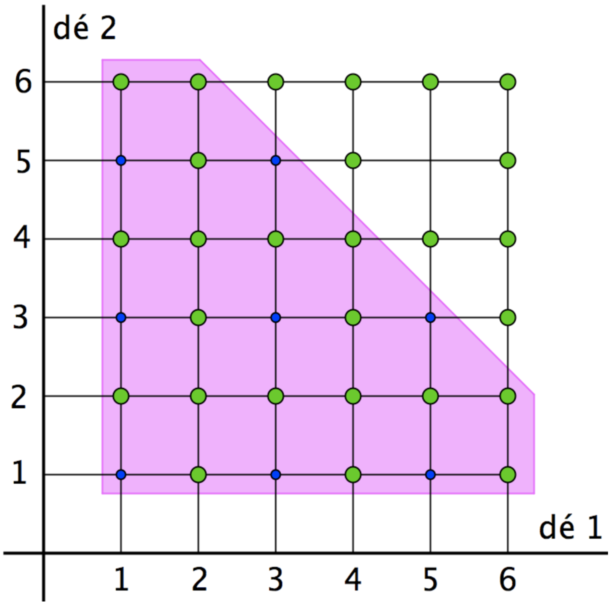
$$A = \{(5{,}1),(5{,}2),(5{,}3),(5{,}4),(5{,}5),(5{,}6),(1{,}5),(2{,}5),(3{,}5),(4{,}5),(6{,}5)\}\ .$$

   Parmi les 11 événements élémentaires de A , il y en a 2 qui réalisent B : $(5{,}2)$ et $(2{,}5)$ .

   Par conséquent : $P(B|A) = \dfrac{2}{11}$ .

5. a) Soit B l'événement « un des dés au moins a amené un nombre pair » et A l'événement « la somme des points obtenus est inférieure ou égale à 8 » . Nous cherchons $P(A|B)$ .

Nous pourrions évidemment dénombrer tous les couples de résultats qui réalisent B , mais un graphique est ici bien utile.




Les points en vert correspondent aux couples qui réalisent B . Il y en a 24 .
Le pentagone de couleur magenta contient tous les couples qui réalisent A ; il y en a 26 mais seuls 18 d'entre eux réalisent B (il faut exclure les 8 petits points en bleu).

Par conséquent : $P(A|B) = \dfrac{18}{24} = \dfrac{3}{4}$ .

b) Pour que les événements A et B soient indépendants, il faudrait que $P(A|B) = P(A)$ .

Ce n'est pas le cas : $P(A) = \dfrac{26}{36} = \dfrac{13}{18} \neq P(A|B) = \dfrac{3}{4}$

---

6. Soit E l'événement « l'élève étudie l'anglais » et D l'événement « l'élève étudie l'allemand » .

Nous cherchons $P(D|E)$ : $P(D|E) = \dfrac{P(D \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}6} = \dfrac{1}{3}$ .

---

7. Soit M l'événement « l'élève obtient excellent en mathématique » et F l'événement « l'élève obtient excellent en physique » .

a) $P(M|F) = \dfrac{P(M \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0{,}10}{0{,}15} = \dfrac{2}{3}$ .

b) $P(F|M) = \dfrac{P(F \cap M)}{P(M)} = \dfrac{0{,}10}{0{,}25} = \dfrac{2}{5}$ .

c) $P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F) = 0{,}25 + 0{,}15 - 0{,}10 = 0{,}3$ .