

Aux élèves de 4TT

Bonjour à tous,

J'espère que vous allez bien et que vous arriverez à trouver du positif dans ces événements particuliers. En attendant que cela passe, il est dans votre intérêt d'assurer les apprentissages passés.

Vous poursuivrez donc deux objectifs pendant les semaines à venir.

- Essayer et réessayer (10 à 15 minutes par jour) les problèmes de fin de chapitre. Échangez entre vous à ce sujet et n'hésitez pas à me poser de questions.
- Faire les exercices de révisions qui vous ont été remis. Les correctifs sont donnés avec quelques indications de résolution.

La rentrée sera certainement très chargée, n'attendez donc pas la dernière minute pour agir. Si vous avez des questions ou si vous souhaitez me demander mon avis sur vos travaux n'hésitez pas à me contacter: ist_dementen@yahoo.fr

Bon travail,

Prenez soin de vous et des autres,

F. de Menten.

Exercices de résolutions:

1. Résous sans la formule du discriminant.

a) $x^3 - x = 0$

c) $(2x-3)(1+2x) = 0$

e) $2x^4 + 4x^3 = 4x^3 + 8$

b) $x^2 + 9 = 6x$

d) $x^2 - x - 6 = 0$

f) $x^2 + 9 = 0$

2. Résous les équations suivantes

a) $3x^2 - 4x + 1 = 0$

d) $2x^2 + 5x - 1 = 0$

g) $3x^2 - 2x = 2$

b) $-2x^2 + x + 3 = 0$

e) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

h) $4x^2 - 1 = 0$

c) $x^2 - 2x + 4 = 0$

f) $x^2 + 2x = 3x + 6$

i) $2x - 3x^2 + 1 = 0$

3. Résous à l'aide de somme et produit

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$

c) $x^2 - 5x + 4 = 0$

e) $-x^2 - x + 6 = 0$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$

d) $x^2 + 3x - 28 = 0$

f) $3x^2 - 6x - 9 = 0$

4. Résous les équations suivantes

a) $(2x-1)(x+3) - (x-1)(x+2) = 0$

c) $(x^2 + x + 3)^2 = (-2x^2 + x - 1)^2$

e) $\frac{x+2}{4} + \frac{x^2+4}{2} = \frac{x}{2} + \frac{x^2+x+1}{2}$

b) $(x-1)(4x+1) = 2x(1-4x) + 1$

d) $(x-2)(x^2-3x+3) = (4x-3)(x-2)$

f) $\frac{(x-1)(x+2)}{4} - \frac{3(x-3)}{2} = \frac{5x^2}{2} - \frac{1-2}{2}$

5. Résous les équations suivantes

a) $\frac{x+4}{x-2} = \frac{x+1}{2}$

d) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x} = x-2$

g) $\frac{(2x^2-x-1)^2 - (3x^2+x-2)^2}{(4x-3)^2(x+1)^2(x-1)^2} = 0$

b) $\frac{3x+5}{2x+1} = \frac{4x+7}{x-1}$

e) $\frac{4}{x^2-1} + \frac{5x+5}{x^2+2x+1} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{2}$

h) $\frac{3x-6}{x^2-x-2} - \frac{2}{x-1} = 1 + \frac{4x-4}{-x^3+x^2+x-1}$

c) $\frac{x}{x-2} - \frac{3x+1}{x-1} = \frac{2}{2-x}$

f) $\frac{1}{x} + \frac{x^2-x-2}{2x^2-5x+2} = 0$

6. Résous les inéquations suivantes et vérifie ton résultat graphiquement.

a) $x^2 + 5x - 6 \leq 0$

c) $x^2 - 1 > 0$

e) $-2x^2 + 5x + 3 < 0$

b) $-3x^2 + x - 7 \geq 0$

d) $4x \leq x^2$

f) $-x^2 - 5x - 6 \geq 0$

7. Résous les inéquations suivantes

a) $-x^3 + 3x^2 < 2x$

c) $\frac{-1}{x^2-2x} \leq 1$

e) $\frac{1-x}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-x-2} \leq 1$

b) $(2x-3)(4-x) - x^2(x-4) \geq 0$

d) $\frac{2x+1}{1-x} > \frac{x+2}{3-2x}$

f) $\frac{x^2+x-2}{x^2+2} \geq \frac{x^2+2x}{x^2+x-2}$

8. Résous les systèmes suivants

a) $\begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ -2x^2 - x + 15 \geq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} < 3 \\ \frac{x}{x+3} > 7 \end{cases}$

e) $-4 \leq \frac{3x+1}{2-x} \leq 4$

b) $\begin{cases} \frac{x-1}{x+2} < 0 \\ (2x+1)(x-3) \geq 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x^2+2x+1}{x-3} \leq 0 \\ \frac{x-1}{x-4} \leq 0 \end{cases}$

f) $-1 \leq \frac{4x}{2x+1} \leq 1$

9. Calcule le domaine de définition des fonctions définies par:

a) $f(x) = \sqrt{(x-2)(x+3)}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+5x+2}}{x-1}$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2+5x-3}{x+1}}$

b) $f(x) = \sqrt{(1-x)(x+5)}$

d) $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x-2}}$

f) $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2+5x-3}{x+1}}$

Exercices de révisions : Corrigé

$$\begin{array}{ll} 1. a) \Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Rightarrow S=\{-1; 0; 1\} & d) \Leftrightarrow (x+2)(x-3)=0 \Rightarrow S=\{-2; 3\} \\ b) \Leftrightarrow x^2-6x+9=0 \Leftrightarrow (x-3)^2=0 \Rightarrow S=\{3\} & e) \Leftrightarrow 2x^4-8=0 \Leftrightarrow 2(x^4-4)=0 \Rightarrow S=\{\pm\sqrt{2}\} \\ c) S=\{\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\} & f) \Leftrightarrow x^2=-9 \Rightarrow S=\emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2. & a) \rho = 4 \quad x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6} \quad S = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\} \\ & b) \rho = 25 \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{-4} \quad S = \left\{ -1; \frac{3}{2} \right\} \\ & c) \rho = -12 \quad S = \emptyset \\ & d) \rho = 33 \quad S = \left\{ \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4} \right\} \\ & e) \Leftrightarrow (2x+3)^2 = 0 \Rightarrow S = \left\{ -\frac{3}{2} \right\} \end{array} \quad \begin{array}{l} f) \Leftrightarrow x(x+2) = 3(x+2) \Leftrightarrow (x+2)(x-3) = 0 \\ \Rightarrow S = \left\{ -2; 3 \right\} \\ g) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad \rho = 28 \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{6} \\ \Rightarrow S = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3} \right\} \\ h) \Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) = 0 \Rightarrow S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\} \\ i) \rho = 16 \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-6} \Rightarrow S = \left\{ -\frac{1}{3}; 1 \right\} \end{array}$$

3. a) $S = -4$ $P = -5 \Rightarrow S = \{-5; 1\}$ d) $S = -3$ $P = -28 \Rightarrow S = \{-7; 4\}$
 b) $S = -5$ $P = 6 \Rightarrow S = \{-3; -2\}$ e) $\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$ $S = -1$ $P = -6 \Rightarrow S = \{-3; 2\}$
 c) $S = 5$ $P = -4 \Rightarrow S = \{1; 4\}$ f) $\Leftrightarrow 3(x^2 - 2x - 3) = 0$ $S = 2$ $P = -3 \Rightarrow S = \{-1; 3\}$

4. a) $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 1 = 0 \quad p = 20 \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow S = \{-2 \pm \sqrt{5}\}$

b) $\Leftrightarrow 12x^2 - 5x - 2 = 0 \quad p = 121 \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 11}{24} \Rightarrow S = \left\{ \frac{-1}{4}, \frac{2}{3} \right\}$

c) $\Leftrightarrow (x^2 + x + 3)^2 - (-2x^2 + x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(-x^2 + 2x + 2)}_{p=12} \underbrace{(3x^2 + 4)}_{p<0} = 0 \Rightarrow S = \{1 \pm \sqrt{3}\}$

d) $\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 7x + 6) = 0 \Rightarrow S = \{1, 2, 6\}$
 $\hookrightarrow p = 25$

e) $\Leftrightarrow -4x^2 - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow -4(x^2 + x - 2) = 0 \quad S = -1 \quad P = -2 \Rightarrow S = \{-2; 1\}$

f) $\Leftrightarrow 9x^2 + 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow 3(3x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow S = \left\{ -1; \frac{2}{3} \right\}$
 $\hookrightarrow p = 25$

5. a) $CE: x \neq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow S = \{-2; 5\}$

b) $CE: x \neq -\frac{1}{2}, 1 \Leftrightarrow 5x^2 + 16x + 12 = 0 \Rightarrow S = \{-2; -\frac{6}{5}\}$

c) $CE: x \neq 1, 2 \Leftrightarrow -2x^2 + 5x = 0 \Rightarrow S = \{0; \frac{5}{2}\}$

d) $CE: x \neq 0, 3 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x} = x-2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow S = \{1; 2\}$

e) $CE: x \neq \pm 1 \Leftrightarrow \frac{4}{x^2-1} + \frac{5}{x+1} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{\pm CE}{5} \Rightarrow S = \{5\}$

f) $CE: x \neq 0, \frac{1}{2}, 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{x-1}{2x-1} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow S = \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}$

g) $CE: x \neq -1; \frac{3}{4}, 1 \Leftrightarrow (-x^2 - 2x + 1)(5x^2 - 3) = 0 \Rightarrow S = \{-1 - \sqrt{2}; -\sqrt{\frac{3}{5}}; -1 + \sqrt{2}; \sqrt{\frac{3}{5}}\}$

h) $CE: x \neq -1; 1, 2 \Leftrightarrow \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 1 - \frac{4}{x^2}, \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \quad x_{1,2} = \frac{x CE}{0} \Rightarrow S = \{0\}$

6. a) $\frac{x^2 + 5x - 4}{x^2 + 5x - 4} \mid \begin{array}{c} -6 \\ + \\ 0 \\ - \\ 0 \\ + \end{array}$ $\Rightarrow S = [-6; 1]$

b) $\rho = -83$ $\frac{x^2 + 5x - 4}{x^2 + 5x - 4} \mid \begin{array}{c} - \\ + \\ 0 \\ - \\ 0 \\ + \end{array}$ $\Rightarrow S = \emptyset$

c) $\frac{x^2+1}{x^2+0-0+} \Rightarrow S = \leftarrow; -1[0]1; \rightarrow$

d) $\Leftrightarrow x^2-4x \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-4x}{x^2+0-0+} \Rightarrow S = \leftarrow; 0]4; \rightarrow$

e) $\frac{-2x^2+5x+3}{-0+0-} \Rightarrow S = \leftarrow; -1/2[0]3; \rightarrow$

f) $\frac{-x^2-5x-6}{-0+0-} \Rightarrow S = [-3; -2]$

7. a) $\Leftrightarrow x(-x^2+3x-2) < 0$

$S =]0; 1[\cup]2; \rightarrow$

	0	1	2
x	-	0	+
$-x^2+3x-2$	-	-	0
Prod.	+	0	-

b) $\Leftrightarrow (4-x)(x^2+2x-3) \geq 0$

	-3	1	4
$4-x$	+	+	+
x^2+2x-3	+	0	-
Prod.	+	0	-

$S = \leftarrow; -3] \cup]1; 4]$

c) CE: $x \neq 0, 1 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x-1}{x^2-2x} \leq 0$ rac: 1

$S = \leftarrow 0[\cup]1; \cup]2; \rightarrow$

	0	1	2
$-x^2+2x-1$	-	-	0
x^2-2x	+	0	-
Quotient	-	1/2	+

d) CE: $x \neq 1, \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{-3x^2+5x+1}{(1-x)(3-2x)} > 0$ rac: $\frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$

$S =] \frac{5-\sqrt{37}}{6}; 1[\cup] \frac{3}{2}; \frac{5+\sqrt{37}}{6}[$

	$\frac{5-\sqrt{37}}{6}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5+\sqrt{37}}{6}$
$-3x^2+5x+1$	-	0	+	+
$1-x$	+	+	0	-
$3-2x$	+	+	+	0
Quotient	-	0	+	1/2

e) CE: $x \neq \pm 2, \pm 1$

rac: $-1 \pm \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \frac{-1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{-x^2-2x+4}{x^2-4} \leq 0$

$\Rightarrow S = \leftarrow; -1-\sqrt{5}] \cup]-2; -1+\sqrt{5}] \cup]2; \rightarrow \setminus \{\pm 1\}$

	$-1-\sqrt{5}$	-2	$-1+\sqrt{5}$	2
$-x^2-2x+4$	-	0	+	+
x^2-4	+	+	0	-
Quotient	-	0	+	1/2

f) CE: $x \neq -2; 1$

rac: 0

$\Leftrightarrow \frac{x^2-2x}{x^2+2} - \frac{x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-3x^2}{(x^2+2)(x-1)} \geq 0$

	0	1
$-3x^2$	-	0
x^2+2	+	+
$x-1$	-	0
Quotient	+	0

$S = \leftarrow; 1[\setminus \{-2\}$

8. a) $S_1 = \leftarrow; -1] \cup]2; \rightarrow, S_2 =]-3; \frac{5}{2}[\Rightarrow S =]-3; -1] \cup]2; \frac{5}{2}[$

b) $S_1 =]-2; 1[S_2 = \leftarrow; -1/2] \cup]3; \rightarrow \Rightarrow S =]-2; -1/2] \quad \text{CE: } x \neq 2$

c) CE: $x \neq -1 \quad (1) \Leftrightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \quad S_1 = \leftarrow; -1[\cup]6; \rightarrow \quad S_2 =]4; \rightarrow \Rightarrow S =]6; \rightarrow$

d) CE: $x \neq 3, 4 \quad S_1 = \leftarrow; 3[\quad S_2 =]1; 4[\Rightarrow S = [1; 3[$

e) CE: $x \neq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{2-x} \geq -4 \\ \frac{3x+1}{2-x} \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-x+9}{2-x} \geq 0 \\ \frac{7x-7}{2-x} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow S = \leftarrow; 2[\cup]9; \rightarrow \Rightarrow S = \leftarrow; 1] \cup]9; \rightarrow$

f) CE: $x \neq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x}{2x+1} \geq -1 \\ \frac{4x}{2x+1} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6x+1}{2x+1} \geq 0 \\ \frac{2x-1}{2x+1} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow S = \leftarrow; -1/2] \cup]1/2; \rightarrow \Rightarrow S = [-1/6; 1/2]$

9. a) CE1: $(x-2)(x+3) \geq 0$ domf = $\leftarrow, -3] \cup [2, \rightarrow$

b) CE1: $(1-x)(x+5) \geq 0$ domf = $[-5, 1]$

c) CE1: $2x^2 + 5x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \in \leftarrow, -2] \cup [-1/2, \rightarrow$
 CE2: $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow \text{domf} = \leftarrow, -2] \cup [-1/2, \rightarrow \setminus \{1\}$

d) CE1: $x-3 \geq 0$
 CE2: $\sqrt{x-3} \neq 0 \Rightarrow x-3 \neq 0 \Rightarrow x-3 > 0 \Rightarrow \text{domf} =]3, \rightarrow$

e) CE1: $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x+1} \geq 0 \Rightarrow x \in [-3, -1[\cup [1/2, \rightarrow$
 CE2: $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \Rightarrow \text{domf} = [-3, -1[\cup [1/2, \rightarrow$

f) CE1: $2x^2 + 5x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \in \leftarrow, -3] \cup [1/2, \rightarrow$
 CE2: $x+1 > 0 \Rightarrow x \in]-1, \rightarrow \Rightarrow \text{domf} = [1/2, \rightarrow$

Révisions sur la fonction du second degré

1. Représente le graphe des fonctions ci-dessous en utilisant les manipulations de x^2 . Commence par transformer l'expression de la fonction pour faire apparaître les manipulations.

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ b) $f(x) = 2x^2 - x - 3$ c) $f(x) = -x^2 + x$ d) $f(x) = x^2 + 2$

2. Détermine la valeur du paramètre pour que les fonctions respectent les contraintes.

a) $f(x) = x^2 + 4x + m$ et -2 est racine

b) $f(x) = 3x^2 + mx - 5$ et l'axe de symétrie est $x = -\frac{1}{4}$

c) $f(x) = mx^2 - x + 4$ et l'ordonnée du sommet vaut 6

3. Optimisation

a) Détermine 2 réels dont la différence est 1 et tels que la somme de leur carré soit min.

b) Détermine les dimensions d'un rectangle de périmètre 400m et d'aire maximale.

Solutions

1. a) $f(x) = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow T \leftarrow \frac{3}{2} \oplus T \downarrow \frac{1}{4}$

b) $f(x) = 2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{25}{8} \Rightarrow$ Etrément Vert. $\times 2 \oplus T \frac{1}{4} \oplus T \downarrow \frac{25}{8}$

c) $f(x) = -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \Rightarrow$ Symétrie $\vee$ à $Ox \oplus T \frac{1}{2} \oplus T \uparrow \frac{1}{4}$

d) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow T \uparrow 2$

2. a) $f(-2) = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 4(-2) + m = 0 \Leftrightarrow m = 4$ b) $-\frac{m}{6} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ c) $\frac{16m-1}{4m} = 6 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{8}$

3. a) x et y tels que $x-y=1$ et x^2+y^2 min $\Rightarrow x^2 + (x-1)^2 = 2x^2 - 2x + 1$ à minimiser.

min pour $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ et $y = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ Les nombres sont $\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$



$2x + 2y = 400 \Rightarrow y = 200 - x$

$A = x \cdot y$ à maximiser $\Rightarrow A(x) = x(200 - x) = -x^2 + 200x$ à maximiser

max pour $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-200}{-2} = 100 \Rightarrow x = 100 \text{ m et } y = 100 \text{ m.}$

$\Rightarrow$ C'est un carré de 100m de côté.