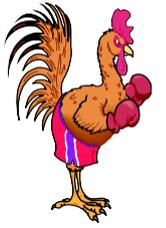
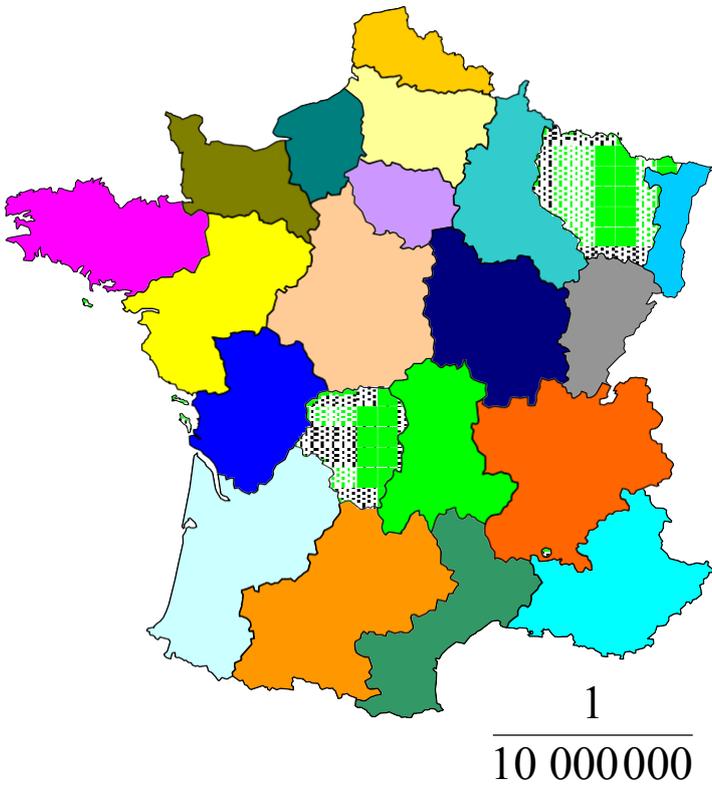


# Proportionnalité

Les maths !!



## Les échelles



|                     |              |               |
|---------------------|--------------|---------------|
| C.D.R.<br>AGRIMEDIA | LES ÉCHELLES | Apprentissage |
|---------------------|--------------|---------------|

**Objectifs :**

- découvrir la notion d'échelle ( carte routière, plan de terrain... ),
- savoir utiliser les échelles dans des situations concrètes, en particulier :
  - calculer les dimensions sur le plan,
  - calculer les dimensions réelles,
  - calculer l'échelle du plan.

**Pré-requis :**

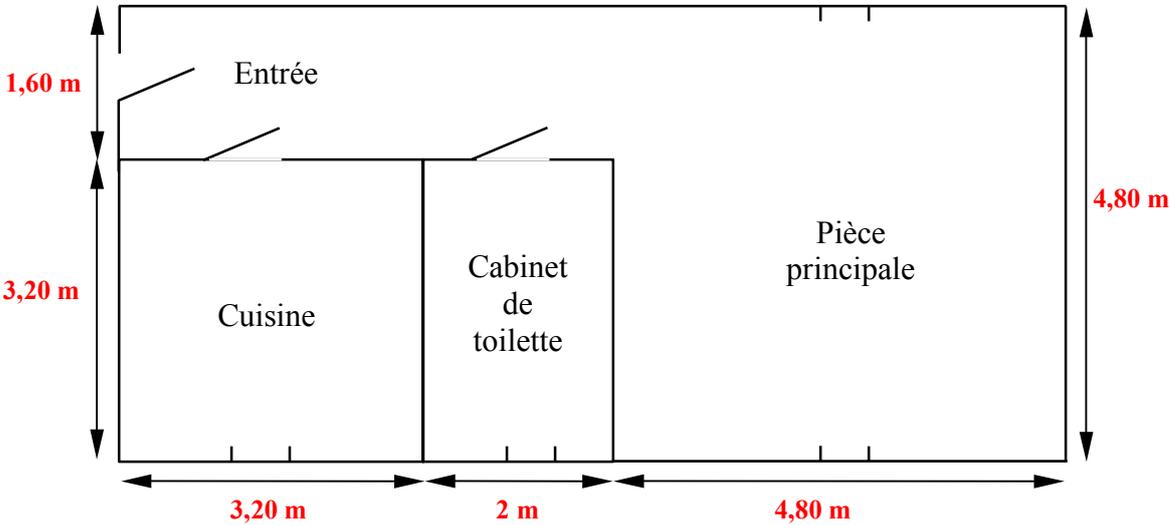
- connaître les unités de mesure des longueurs et savoir les convertir,
- être capable d'établir un tableau de proportionnalité ( dossier 1 ),
- maîtriser la lecture et l'écriture des grands nombres et des fractions.

**Contenu :**

- notion d'échelle,
- utilisation de cette notion d'échelle :
  - calcul de la dimension réelle,
  - calcul de la dimension sur le plan,
  - calcul de l'échelle,
- exercices avec correction.

# NOTION D'ÉCHELLE

Exemple 1 : le plan d'un studio.



D'après ce plan, complétez le tableau suivant :

|                                | Dimensions mesurées<br>sur le plan en cm | Dimensions réelles |                  |
|--------------------------------|--|--------------------|------------------|
|                                |  | en mètres          | converties en cm |
| Côté de la pièce principale    |  |                    |                  |
| Côté de la cuisine             |  |                    |                  |
| Largeur du cabinet de toilette |  |                    |                  |
| Largeur du couloir d'entrée    |  |                    |                  |

A partir de ces résultats, on peut établir un **TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ** et calculer la **dimension réelle** qui correspond à **1 centimètre sur le plan**.

Pour la pièce principale :

| Dimensions mesurées sur le plan en <b>cm</b> | Dimensions réelles en <b>cm</b> |
|--|---------------------------------|
| 6  | 480                             |
| 1  | ?                               |

**1 cm** sur le plan correspond à une dimension réelle de..... **cm**.

On dit alors que le plan est à l'échelle

|   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| L'échelle du plan est : $\frac{1}{80}$  | o Dimension sur le plan           |
|   | o Dimension réelle correspondante |
| On lit : l'échelle du plan est « un quatre-vingtième »  |                                   |
| Remarque : plusieurs notations de l'échelle sont possibles : $\frac{1}{80}$ ou 1 / 80 ou 1 : 80 |                                   |

*Attention à toujours mettre les mesures dans la même unité.*

### **Vérification :**

En établissant les tableaux de proportionnalité pour les autres dimensions du studio, on doit retrouver la même échelle du plan soit  $\frac{1}{80}$

Exemple : Largeur du cabinet de toilette

| Dimensions mesurées sur le plan en cm | Dimensions réelles en cm |
|---------------------------------------|--------------------------|
| 2,5                                   | 200                      |
| 1                                     | ?                        |

donc 1 cm sur le plan correspond effectivement à 80 cm en réalité.

L'échelle du plan est donc bien : -

Vérifiez par vous-même que ce résultat se retrouve pour le côté de la cuisine et pour la largeur du couloir d'entrée.

- le côté de la cuisine :

| Dimensions mesurées sur le plan en cm | Dimensions réelles en cm |
|---------------------------------------|--------------------------|
| 4                                     | 320                      |
| 1                                     | ?                        |

- la largeur du couloir d'entrée :

| Dimensions mesurées sur le plan en cm | Dimensions réelles en cm |
|---------------------------------------|--------------------------|
| 2                                     | 160                      |
| 1                                     | ?                        |

? =

Exemple 2 : les cartes routières.



Extrait de Carte IGN

Voici un extrait d'une carte routière au  $\frac{1}{1\,000\,000}$  L'échelle se lit "un millionième".

$\frac{1}{1\,000\,000}$  signifie : 1 cm sur la carte représente 1 000 000 cm en réalité ( soit 10 km ).

Maintenant à vous !



Complétez le tableau suivant :

| Echelle                 | se lit          | 1 cm sur la carte représente en réal |
|-------------------------|-----------------|--------------------------------------|
| $\frac{1}{10\,000}$     | un dix millième |                                      |
| $\frac{1}{7\,500}$      |                 |                                      |
| $\frac{1}{125}$         |                 |                                      |
| $\frac{1}{2\,000\,000}$ |                 |                                      |

L'échelle d'un plan ou d'une carte est égale à :

1 ( mm ou cm ) sur le plan

Dimension réelle correspondante

*Ces deux dimensions doivent être exprimées dans la même unité de longueur.*

Très bien !  
Passons à la suite !!



# UTILISATION DE CETTE NOTION D'ÉCHELLE

## I - CALCUL DE LA DIMENSION RÉELLE

Exemple :

Sur une carte au  $\frac{1}{200\ 000}$  la distance entre 2 points est de 4,7 cm.

Quelle est la distance réelle qui sépare ces deux points ?

$\frac{1}{200\ 000}$  signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm en réalité.

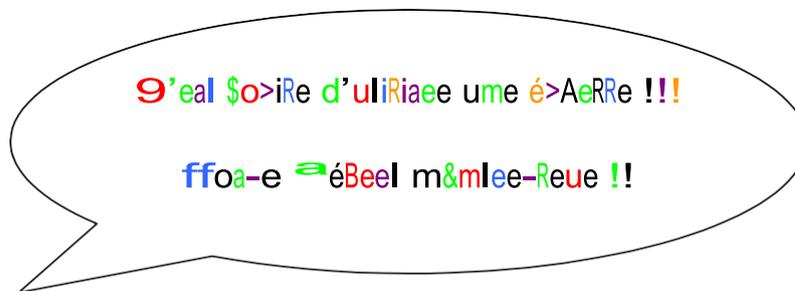
Nous pouvons établir le tableau de proportionnalité suivant :

| Dimensions sur la carte<br>en cm | Dimensions réelles<br>en cm |
|----------------------------------|-----------------------------|
| 1                                | 200 000                     |
| 4,7                              | ?                           |

$$? = \frac{4,7 \times 200\ 000}{1} = 940\ 000$$

Donc 940 000 cm soit 9,4 km séparent ces deux points.

4,7 cm sur la carte représentent 9,4 km en réalité.



## II - CALCUL DE LA DIMENSION SUR LE PLAN

Exemple :

Un terrain rectangulaire mesure 80 m de long et 30 m de large.

Quelles sont ses dimensions sur un plan à l'échelle  $\frac{1}{2\,500}$  ?

$\frac{1}{2\,500}$  signifie que 1 cm sur le plan représente 2 500 cm en réalité soit 25 m.

Calculons la longueur sur le plan :

$$80 \text{ m} = 8\,000 \text{ cm}$$

Etablissons le tableau de proportionnalité suivant :

| Dimensions sur le plan<br>en cm | Dimensions réelles<br>en cm |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 1                               | 2 500                       |
| ?                               | 8 000                       |

$$? = \frac{8\,000 \times 1}{2\,500} = 3,2$$

La longueur du terrain est représentée par 3,2 cm sur le plan.

De la même façon calculons la largeur du terrain sur le plan.

$$30 \text{ m} = 3\,000 \text{ cm}$$

| Dimensions sur le plan<br>en cm | Dimensions réelles<br>en cm |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 1                               | 2 500                       |
| ?                               | 3 000                       |

$$? = \frac{3\,000 \times 1}{2\,500} = 1,2$$

La largeur du terrain est représentée par 1,2 cm sur le plan.

### III - CALCUL DE L'ÉCHELLE

Exemple :

La longueur d'un terrain mesure 64 m.

Sur un plan, cette longueur est représentée par un trait de 8 cm.

Quelle est l'échelle de ce plan ?

Chercher l'échelle du plan c'est calculer quelle longueur réelle est représentée par 1 unité sur le plan.

**Les dimensions doivent être exprimées dans la même unité de longueur.**

Choisissons par exemple le centimètre comme unité de longueur.

64 m = 6 400 cm

Etablissons le tableau de proportionnalité suivant :

| Dimensions sur le plan<br>en cm | Dimensions réelles<br>en cm |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 8                               | 6 400                       |
| 1                               | ?                           |

$$? = \frac{1 \times 6\,400}{8} = 800$$

donc 1 cm sur le plan correspond à 800 cm en réalité.

L'échelle du plan est donc :  $\frac{1}{800}$

Elle se lit : « un huit centième »

Très bien !  
Passons à la suite !!



Maintenant à vous !

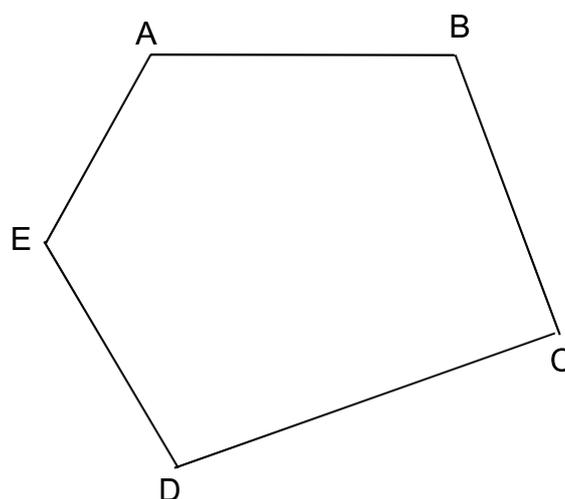


Exercice 1 : Complétez le tableau suivant :

| N° | Echelle             | Dimensions sur le plan | Dimensions réelles |
|----|---------------------|------------------------|--------------------|
| 1  | $\frac{1}{50\,000}$ | 12 cm                  |                    |
| 2  | 1 / 20              |                        | 5,4 m              |
| 3  |                     | 8 cm                   | 240,0 m            |
| 4  | 1 / 1 000 000       |                        | 28,0 km            |
| 5  |                     | 1,8 cm                 | 22,5 m             |
| 6  | $\frac{1}{80\,000}$ | 15 cm                  |                    |

Exercice 2 : Sur le plan cadastral, à l'échelle 1 / 5 000, un terrain a la forme et les dimensions indiquées ci-dessous :

AB = 40,0 mm  
BC = 3,7 cm  
CD = 5,0 cm  
DE = 0,3 dm  
EA = 25,0 mm



Calculez le périmètre réel de ce terrain.

Exercice 3 : Sur un plan deux pylônes sont à une distance de 16 cm alors qu'en réalité 160 m les séparent.  
Calculez l'échelle de ce plan.

Exercice 4 : Sur un plan à l'échelle 1 / 3 000, un champ rectangulaire mesure 92 mm de long sur 64 mm de large.  
1 ) Quelles sont ses dimensions réelles ?  
2 ) Que seraient ces dimensions sur un plan à l'échelle 1 / 2 000 ?

Exercice 5 : En traçant le plan d'un jardin on a représenté une longueur réelle de 5 mètres par un trait de 1 cm.

5 m  


Ce jardin est un trapèze dont les bases mesurent 72 mm et 94 mm, la hauteur est de 80 mm.

Calculez :

- 1 ) l'échelle de ce plan
- 2 ) les dimensions réelles du terrain.