

Chapitre 2 : proportionnalité entre deux grandeurs Et proportionnalité des accroissements

PARTIE 1 : PROPORTIONNALITÉ ENTRE DEUX GRANDEURS

Découvrons ensemble, la notion de « rapport » en mathématiques !

Menons l'enquête au sein de la classe ...

- Quel est le nombre de garçons dans la classe ?
 - Quel est le nombre de filles dans la classe ?
 - Écris le rapport qui existe entre le nombre de filles et le nombre de garçons de la classe :
- Il y a filles pour garçons.
 - Écris le rapport qui existe entre le nombre de garçons et le nombre de filles de la classe :
 - Il y a garçons pour filles.
 - Écris le rapport qui existe entre le nombre de filles et le nombre total d'élèves de la classe :
 - Il y a filles pour élèves.

AS-TU BIEN COMPRIS LA NOTION DE « RAPPORT » ? VÉRIFIONS !!!

- Un père est âgé de 42 ans. Son fils est quant à lui, âgé de 14 ans. Calcule le rapport existant entre l'âge du père et l'âge du fils. Formule ensuite ta réponse sous forme d'une phrase en français.

.....
.....

- Lucas boit 4 litres d'eau durant la journée tandis que son ami Pierre n'en boit que 2 litres. Calcule le rapport existant entre la quantité d'eau bue par Pierre et la quantité d'eau bue par Lucas. Formule ensuite ta réponse sous forme d'une phrase en français.

.....
.....

Synthétisons ...

- En mathématiques, un rapport établi (est) une entre deux grandeurs de même nature et s'exprime sous forme d'un
- Le modèle mathématique d'un est une

Écris le rapport existant entre les nombres ci-dessous, simplifie-le et calcule sa valeur. Arrondis au centième près !

a. 200 et 500

.....

b. 900 et 630

.....

c. 1,6 et 0,4

.....

d. 2,4 et 6

.....

e. 225 et 75

.....

Reconnaître une situation de proportionnalité

Voici une image culte de la série « La casa de papel ». L'un de tes amis a voulu agrandir l'image sur Word. Cependant, celui-ci a voulu modifier la taille de la photo en utilisant un logiciel informatique. Malheureusement, le logiciel n'a pas fonctionné correctement et l'a déformée à plusieurs reprises. Aide-le à retrouver la photo qui a été modifiée de manière proportionnelle par rapport à l'image originale. Explique ton raisonnement !

IMAGE INITIALE → 12

IMAGE 1

11



21

16



IMAGE 2

8



6

IMAGE 3

24



6

IMAGE 4

18



14

TA REPONSE & TA JUSTIFICATION :

3

Synthétisons ...

RAPPEL : Un rapport est une relation entre deux grandeurs de même nature.

- Il s'exprime sous forme de quotient (fraction)

Une proportion est une égalité entre 2 rapports

Exemple : le rapport entre le prix d'un vêtement soldé à 30 euros et son prix non soldé de 60 euros est de :

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

→ Nous pouvons résoudre des situations proportionnelles à l'aide de plusieurs moyens.

a. La règle de trois

La règle de trois est, comme son nom l'indique, un calcul en trois étapes.

La première étape est celle où nous recopions les données recensées dans l'énoncé. Dans la deuxième étape, on calcule la valeur de l'unité et ensuite, dans la troisième, on multiplie la valeur obtenue dans la deuxième étape par le coefficient adéquat afin d'obtenir la situation recherchée. Facile, non ? 😊 (humour)

Exemple concret :

Aujourd'hui, ton chef t'a demandé de classer des documents administratifs pour chacun de ces employés. Cependant, il souhaite acheter des fardes pour pouvoir classer les documents et voudrait connaître le coût total. Sachant que 4 fardes coutent 8 euros et qu'il a 25 employés, combien payera-t-il au total ? Trouve la réponse en 3 étapes.



Let's go ... Exerce-toi !!!

1. Je vends 20 m de tissu fantaisie pour un montant total de 60 euros. Quel sera le produit de ma vente à prix constant si j'en vends 45m ?

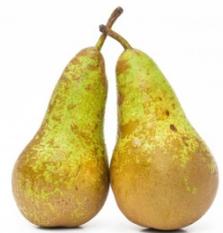
2. Pour un montant total de 379,80 euros, j'ai acheté 45 paquets de biscuits pour réassortir mon stock. Combien de paquets aurais-je pu acheter avec une somme de 683,64 euros ?



3. Ma voiture consomme 6,5 litres aux 100 km. Quelle est la consommation totale pour une distance de 1250 km ?



4. J'achète 25 kg de poires pour un montant total de 47,50 euros. Que devrai-je payer si j'en achetais 35 kg ?



5. Sept bouteilles d'eau de source légèrement pétillante coûtent 4,13 euros.
Combien de bouteilles pourrais-je acheter à prix constant avec une somme de 27,73 euros ?



6. Avec une somme de 30 euros, j'achète 15 boîtes de chocolat.
Combien devrais-je payer si j'en achetais 32 ?

b. Propriété fondamentale des proportions

Cette méthode va te permettre de résoudre plus facilement et surtout plus rapidement des situations proportionnelles !

Voici une proportion : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

- Où a, b, c et d sont les termes.
- a et d sont les extrêmes.
- c et b sont les moyens.

Dans toute proportion, le des
est égal au des

- En langage mathématique : =

Quelques exemples :

$$\frac{1}{12} = \frac{2}{24}$$

$$\frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1,5}{6} = \frac{1}{x}$$

Aux fourneaux !

Vous souhaitez vendre des pancakes afin de récolter un maximum d'argent pour un futur voyage scolaire.

Vous disposez de la recette adéquate pour réaliser 15 pancakes « plus-que-parfaits » !



INGRÉDIENTS	
Nombre de pancakes	15
Farine	300 g
Œufs	3
Sucre	3 cuillères à soupe
Huile d'olive	2 cuillères à soupe
Beurre fondu	50 g
Lait	60 cl
Rhum	5 cl

- Nous avons une commande de 60 pancakes pour la semaine prochaine. Détermine la quantité d'ingrédients nécessaires.

Farine	Œufs	Sucre	Huile	Beurre	Lait	Rhum

- Pour le mois d'octobre, nous avons une commande de 100 pancakes. Détermine la quantité d'ingrédients nécessaires.

Farine	Œufs	Sucre	Huile	Beurre	Lait	Rhum

- Il me reste 0,1 kg de farine. Combien de pancakes vais-je pouvoir réaliser ?

.....

Détermine ensuite la quantité des autres ingrédients.

Farine	Œufs	Sucre	Huile	Beurre	Lait	Rhum

- Détermine la quantité d'ingrédients qu'il faut pour que notre classe puisse manger 2 pancakes.

Recette pour pancakes.

Farine	Œufs	Sucre	Huile	Beurre	Lait	Rhum

- Place les résultats précédents dans un tableau pour déterminer la quantité de farine en fonction du nombre de pancakes.

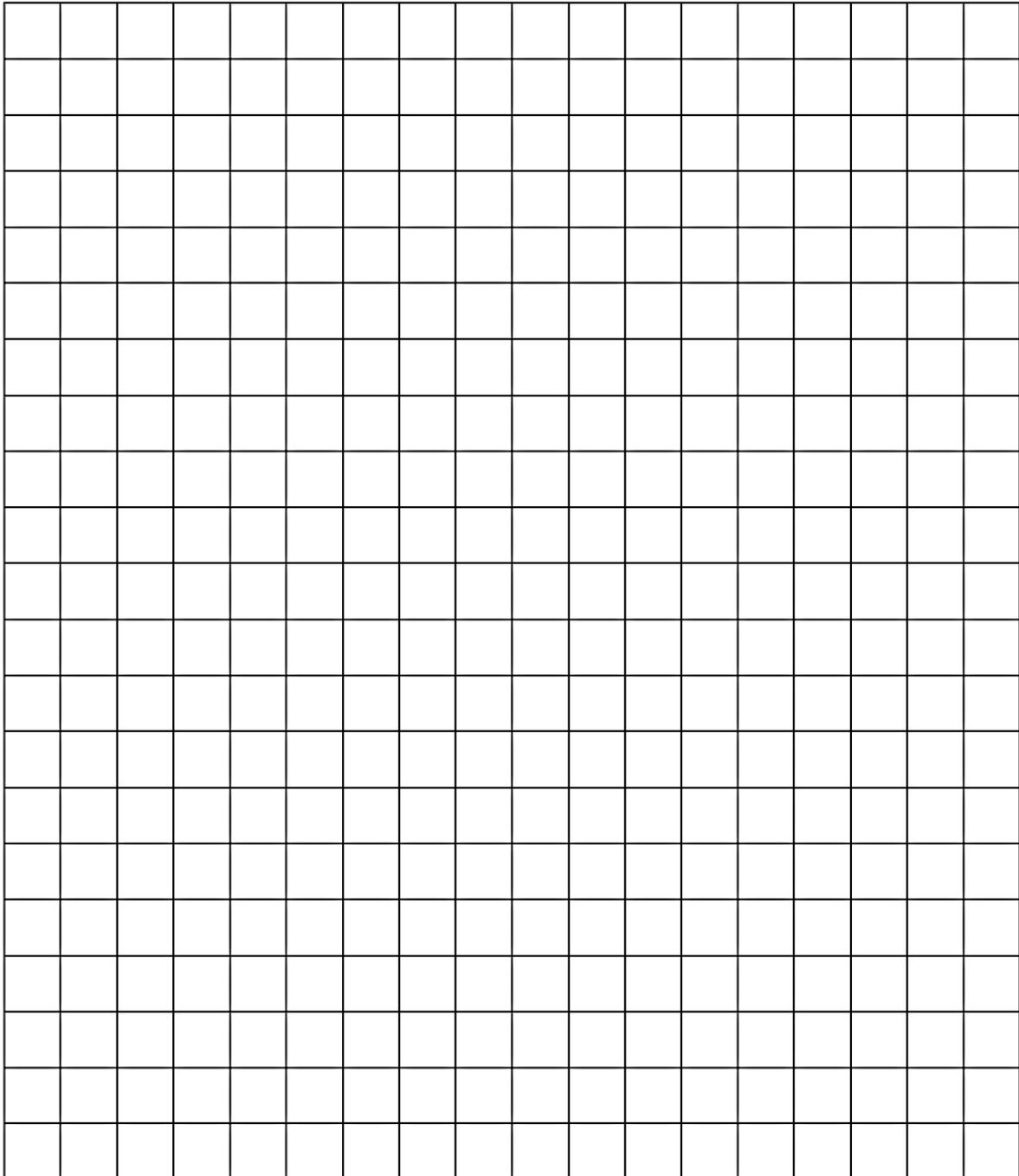
Nombre de pancakes	1
Quantité de farine (g)

- Porte dans le plan cartésien les points ayant pour coordonnées les couples du tableau.

→ Axe des abscisses (.....) : 1 carré = 5 pancakes

→ Axe des ordonnées (.....) : 1 carré = 100g

Titre du graphique :



- Le graphique dessiné est

Réflexion matinale ...

Julie aime déjeuner avec un NESQUIK le matin. Elle a l'habitude de le diluer de la façon suivante :

		+	
<i>Tasse de Julie</i>	<i>4 parts de lait</i>		<i>2 parts de cacao</i>

Elle a voulu servir une tasse à ses parents mais comme les tasses sont plus grandes, elle a dû changer les quantités.

		+	
<i>Tasse de la mère</i>	<i>8 parts de lait</i>		<i>2 parts de cacao</i>

		+	
<i>Tasse du père</i>	<i>8 parts de lait</i>		<i>4 parts de cacao</i>

Julie se demande si ses parents vont boire la même boisson qu'elle. Autrement dit, est-ce que les cacaos de ses parents auront le même goût que le sien ?

.....

Pour chaque tasse des parents, calcule le rapport entre la part de lait et la part de cacao et compare-le avec celui de la tasse de Julie.

		
<i>Tasse de Julie</i>	<i>Tasse de la mère</i>	<i>Tasse du père</i>

Que remarques-tu et que peux-tu en conclure ?

.....

Nouveau job' !

David travaille depuis peu chez un entrepreneur. C'est la fin du mois et il a enfin reçu sa fiche de paie du mois de septembre.

Semaine n°	1	2	3	4
Nombre d'heures prestées	30	15	22	18
Salaires (€)	420	210	308	252



→ Calculons les rapports suivants :

$$\frac{420}{30} = \frac{\dots}{\dots} \quad \frac{210}{15} = \frac{\dots}{\dots} \quad \frac{308}{22} = \frac{\dots}{\dots} \quad \frac{252}{18} = \frac{\dots}{\dots}$$

Synthétisons ...

- Deux grandeurs sont directement proportionnelles si on peut obtenir les valeurs de l'une à partir des valeurs de l'autre en les ou toujours par un même nombre (non nul) appelé
- Un tableau de proportionnalité est un tableau représentant deux grandeurs proportionnelles.
 - Un tableau est un tableau de proportionnalité si on peut passer de la première ligne à la seconde ligne en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul.
 - Pour vérifier si un tableau est un tableau de proportionnalité, il suffit donc de vérifier que les quotients obtenus en divisant les nombres de la deuxième ligne par les nombres de la première ligne (ou inversement) sont égaux pour chaque colonne.

Exemples :

1) Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité ?

x	3	2	8	7
y	9	6	24	21

RÉPONSE :

$$\frac{9}{3} = 3 \quad ; \quad \frac{6}{2} = 3 \quad ; \quad \frac{24}{8} = 3 \quad ; \quad \frac{21}{7} = 3$$

Les quatre quotients sont égaux, donc les nombres de la seconde ligne sont obtenus en multipliant les nombres de la première ligne par 3.

Il s'agit donc d'un tableau de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est égal à 3.

2) Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité ?

x	3	8	2	7
y	6	16	5	14

RÉPONSE :

$$\frac{6}{3} = 2 \quad ; \quad \frac{16}{8} = 2 \quad ; \quad \frac{5}{2} = 2,5 \quad ; \quad \frac{14}{7} = 2$$

Les quatre quotients ne sont pas tous égaux, il ne s'agit donc pas d'un tableau de proportionnalité.

EXERCICES

1. Trouve les coefficients de proportionnalité et complète :

x	14	10	4	30	
y	21	15			39

x	15	21			230
y	105	147	3,5	28,7	

x	6			120	48
y		22,5	60		36

x	2,1	3	7	4,5	12
y				9	

2. Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Si oui, indique la valeur du coefficient de proportionnalité.

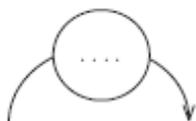
x	1,05	6,3	2,3
y	6,3	37,8	14,8

x	3	6	5
y	21	49	35

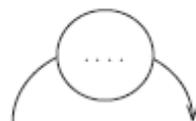
x	15	0,02	1,2
y	60	0,08	4,8

x			
y			

3. Voici deux tableaux de proportionnalité. Complète en indiquant dans chaque cas le rapport de proportionnalité.



3	9
1,5	4,5
8	24
5	15



4	5
8	10
12	15
28	35

4. Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?
Dans chaque cas, entoure OUI ou NON

Tableau A

6	2
15	5
33	11
48	16

OUI - NON

Tableau B

1	2
2	3
3	4
4	5

OUI - NON

5. Dans sa publicité, un opérateur me promet que pour télécharger 3 chansons sur Internet, il me faut une minute (60 secondes).

a) Complète ce tableau :

Nombre de chansons à télécharger	Durée en secondes
3	60
....	120
4
....	40
12
....	360
1

b) Combien de chansons pourrais-je télécharger en une heure ?

.....
.....
.....

6. Vrai ou faux ?

- a. Le prix à payer est proportionnel au nombre de bouteilles d'eau achetées :
- b. L'affranchissement d'une lettre est proportionnel à sa masse :
- c. La masse d'un paquet de feuilles de papier est proportionnelle au nombre de feuilles :
- d. Le prix d'un livre est proportionnel au nombre de pages :
- e. Le prix d'une voiture est proportionnel à sa masse :
- f. Le salaire d'un professeur est proportionnel au nombre d'élèves de sa classe :
- g. Le nombre de mails reçus par jour est proportionnel au nombre de contacts :

7. Les tableaux suivants forment-ils des suites de nombres proportionnelles ?

Si oui, précise quel est le coefficient de proportionnalité k .

Rappel : le coefficient de proportionnalité est le nombre par lequel il faut multiplier les valeurs de la 1^{ère} ligne pour obtenir les valeurs de la seconde.

x	3	5	7,5	9
y	6	10	15	18

OUI - NON

$k = \dots$

x	1	12	3	5
y	1	144	9	25

OUI - NON

$k = \dots$

x	12	30	15	6
y	16	40	20	8

OUI - NON

$k = \dots$

x	12	15	3	27
y	4	5	1	9

OUI - NON

$k = \dots$

x	4	24	7	3
y	1	21	4	0

OUI - NON

$k = \dots$

x	10	30	21	6
y	15	45	31,5	9

OUI - NON

$k = \dots$

x	12	20	36	4
y	9	15	27	3

OUI - NON

$k = \dots$

x	1	5	21	17
y	3	7	23	19

OUI - NON

$k = \dots$

x	10	30	15	8
y	7	21	10,5	5,6

OUI - NON

$k = \dots$

8. Complète les tableaux de proportionnalité suivants en tenant compte du coefficient k .

x	5	1,8
y	63

$k = 3$

x	4	0,25
y	7,8

$k = 2,6$

x	1/2	4/3
y	6

$k = 1/5$

9. Les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité. Retrouve la valeur du coefficient k et complète-les.

x	3	10	2
y	15	72



$k = ..$

x	5	4	7,5
y	10	7,5



$k = ..$

x	4,5	5	44
y	44	4



$k = ..$

x	6	9
y	4	30	12



$k = ..$

10. Au " Superbrico ", les portes d'armoires en sapin sont vendues aux prix suivants :

<u>Dimensions</u>	
38 x 2 x (cm)	8,65€
38 x 2 x 75 (cm)	9,89€
38 x 2 x 150 (cm)	19,06€

Les prix sont-ils proportionnels à la hauteur des portes ? OUI - NON. Justifie.

.....

.....

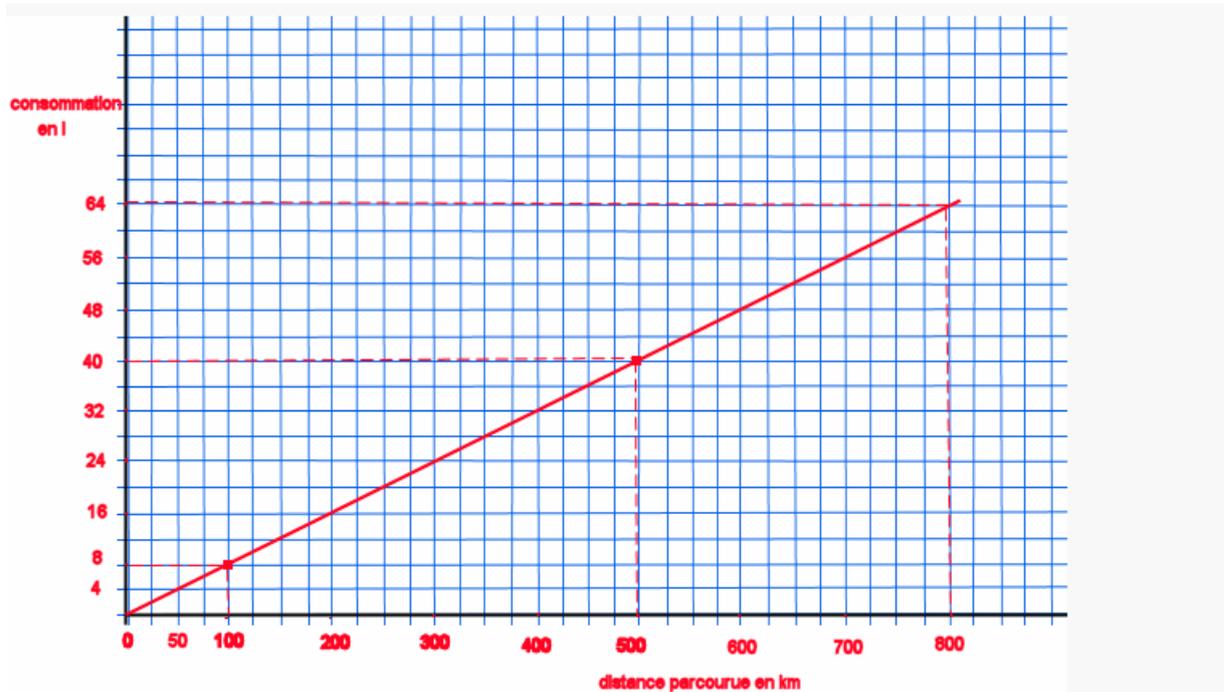
.....

.....

1. COMMENT RECONNAIT-ON UNE SITUATION PROPORTIONNELLE GRAPHIQUEMENT ?

SITUATION N° 1

Voici un graphique représentant la consommation moyenne en carburant d'une voiture pour 100 km, 150 km, 200 km ? Complète le tableau en te basant sur le graphique.



Distance parcourue (km)	essence consommée (litres)
100	8
150
.....	24
200
.....	38



Les points du graphique sont avec l'..... du

La consommation est à la distance parcourue.

À partir du tableau, calcule les quotients des valeurs qui se correspondent :

$$\frac{\dots}{100} = \frac{\dots}{150} = \frac{24}{\dots} = \frac{\dots}{200} = \frac{38}{\dots} = \dots \rightarrow \text{Les quotients obtenus sont tous égaux à } \dots$$

Le nombre obtenu est celui par lequel, il faut multiplier les nombres de la colonne pour obtenir ceux

de la colonne. \rightarrow On l'appelle le

SITUATION N° 2

Voici un tableau montrant l'évolution de la taille d'un enfant en fonction de son âge.

Est-il possible, à l'aide d'un calcul, de compléter les cases vides ? OUI - NON. Si oui, complète-le.

Porte dans le plan cartésien les points ayant pour coordonnées les couples du tableau.

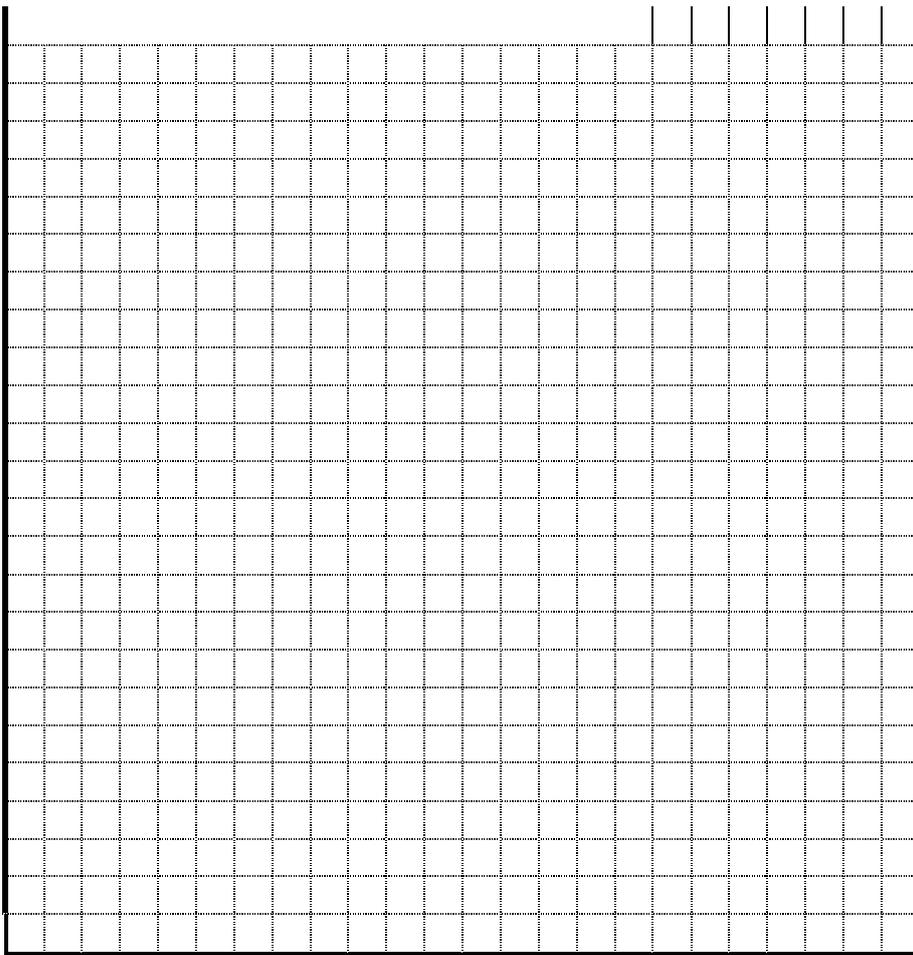
En abscisse : 1 cm \rightarrow 1 an

En ordonnée : 1 cm \rightarrow 10 cm de taille

Âge	Taille (cm)
6 mois	67
1 an	76
2 ans	88
3 ans	96
4 ans	104
5 ans	110
6 ans	116
7 ans
8 ans



Taille (cm)



Âge (années)

Que remarques tu en regardant le graphique ?

.....
.....

Quelle comparaison peux-tu faire entre la première situation et la 2^e ?

.....
.....
.....

JE RETIENS :

Deux grandeurs proportionnelles sont représentées graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère (demi-droite d'origine 0).

EXERCICES

1. Observe le tableau. Est-ce que le prix à facturer est proportionnel au nombre de SMS envoyés ?

JUSTIFIE

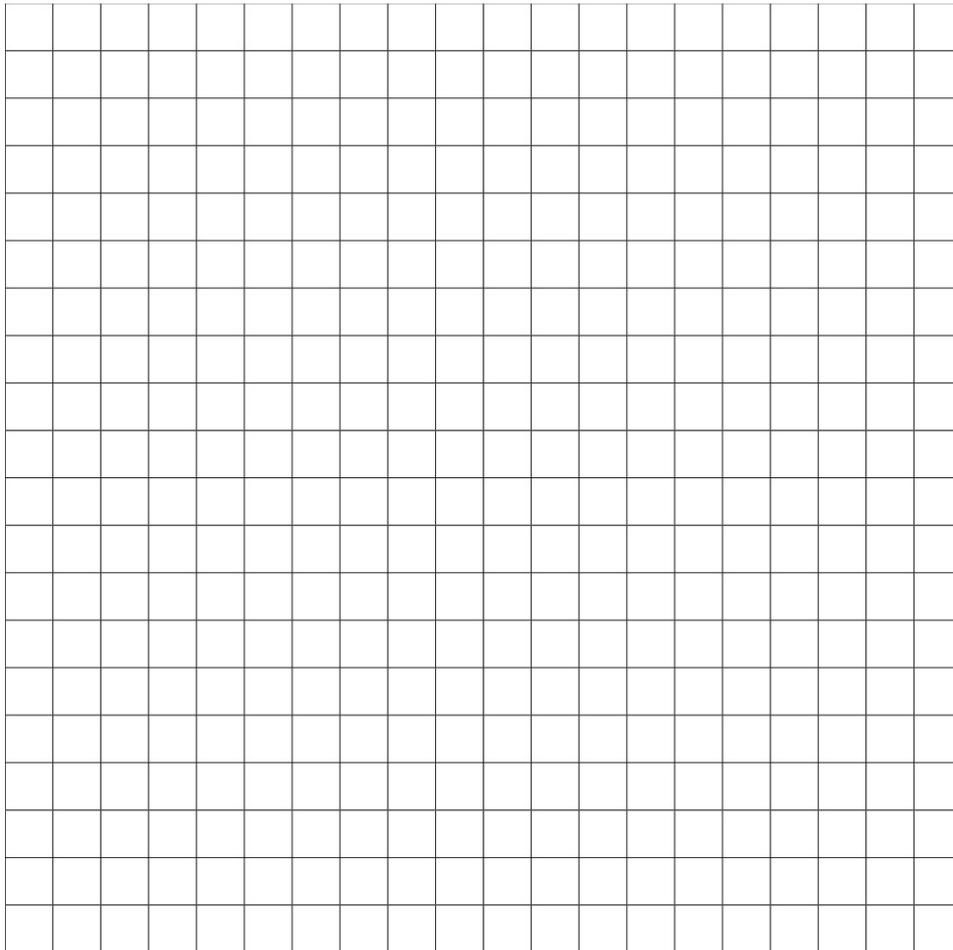
Nombre de sms	Prix à facturer (€)
0	0
10	1
25	2,5
30	3
45	4,5
50	5



Quel type de graphique doit-on obtenir ?

.....

Réalise à la page suivante le graphique représentant cette situation.



2. Cet été, tu as travaillé dans un magasin en job étudiant. Tu as presté les heures données dans le tableau ci-dessous. Ton salaire est-il proportionnel au nombre d'heures prestées ?

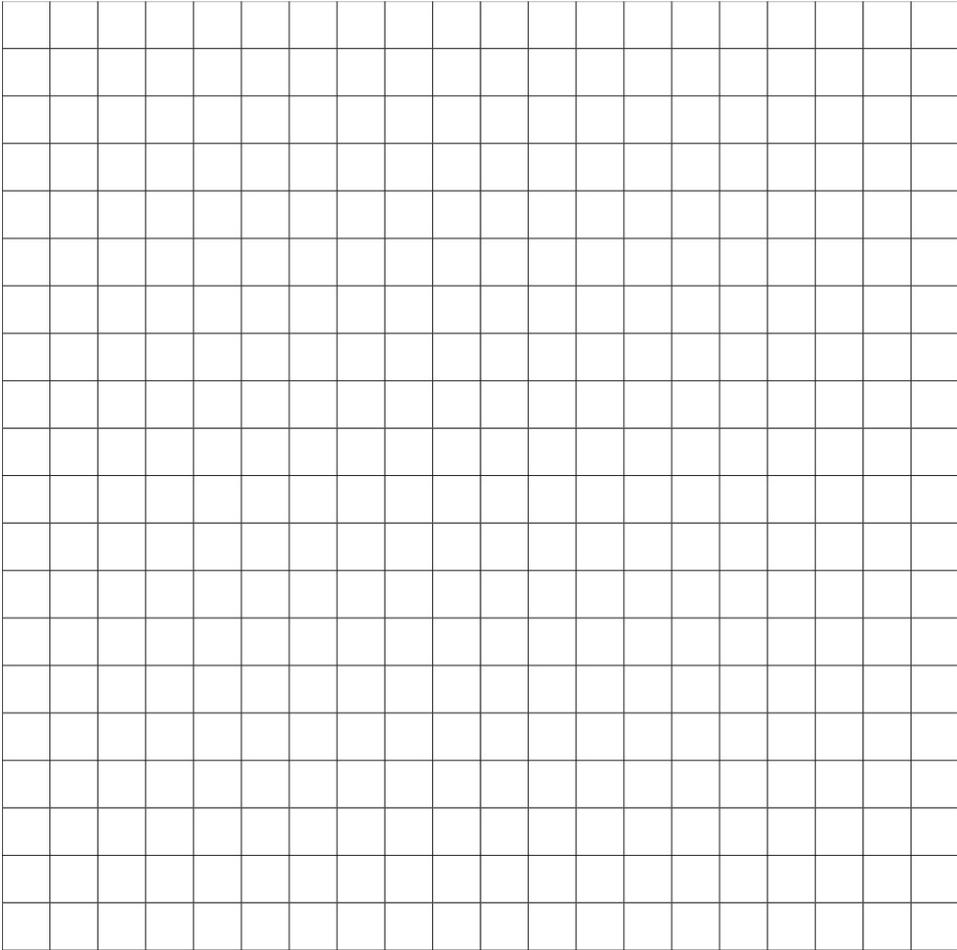
Justifie :

Nombre d'heures prestées	5	30	15	20	25
Salaire en euros	70	420	210	280	350

Quel type de graphique doit-on obtenir ?

.....

Réalise le graphique représentant cette situation :



3. Dans les exercices qui suivent, utilise les 3 méthodes : tableau de proportionnalité, règle de trois, propriété des proportions pour résoudre les situations

SITUATION 1

Trois rames de papier valent 10,50€

Quel est le prix de 25 rames ?

- a. Tableau de proportionnalité

x			
y			

- b. Règle de trois

- c. Propriété des proportions

SITUATION 2

Tu paies 46,62€ pour 31,5 litres d'essence.

Combien de litres achètes-tu avec 64€ (arrondi à l'unité) ?

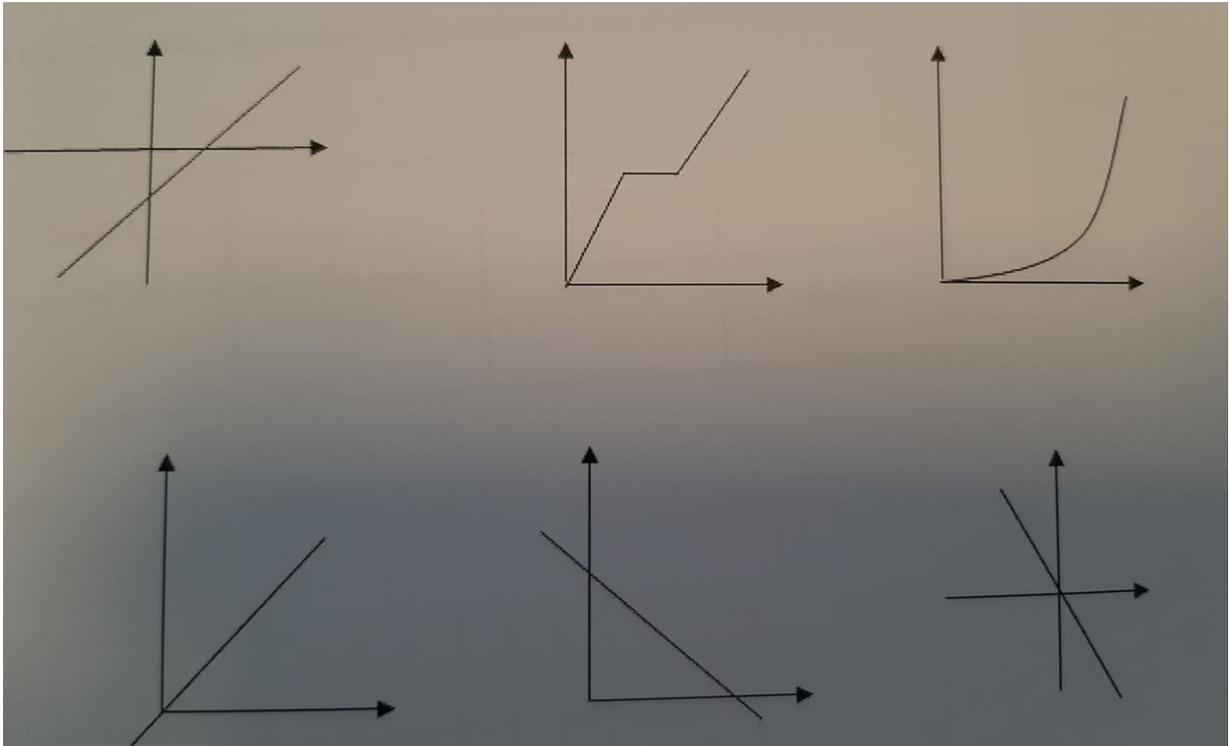
a. Tableau de proportionnalité

x			
y			

b. Règle de trois

c. Propriété des proportions

4. Voici différents graphiques linéaires. Quels sont ceux qui traduisent une situation de proportionnalité ?
Justifie ton choix :



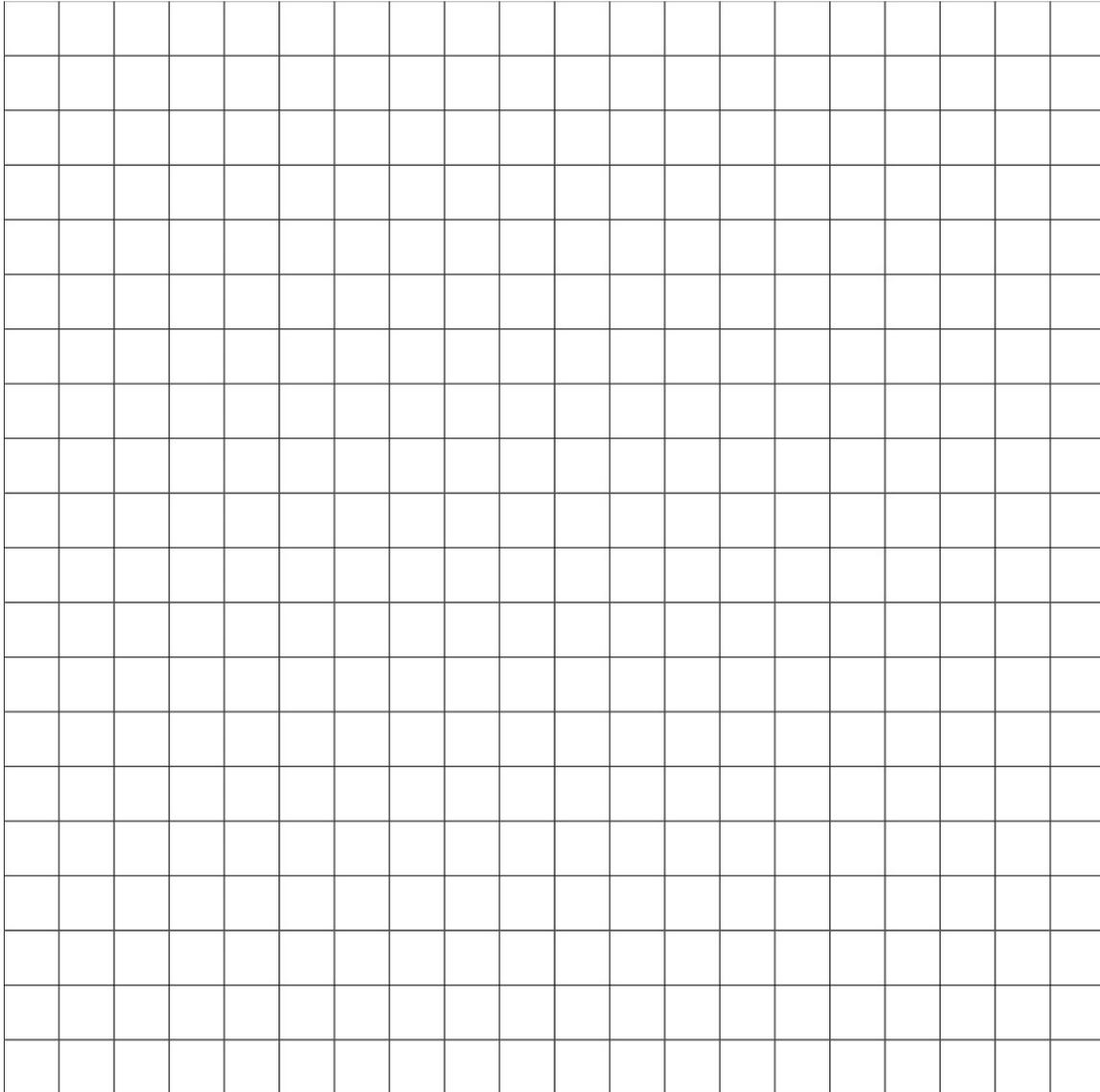
JUSTIFICATION :

.....

5. Pour les mêmes conditions de crédit (durée et taux), le montant des mensualités est proportionnel à la somme empruntée. Complète le tableau.

Somme empruntée (x)	7000€	9000€		2000€	
Mensualité (y)	126€		72€		108€

Réalise le graphique qui illustre cette situation :



6. Comment varie le périmètre d'un carré quand on modifie son côté ?

Tu désignes par la lettre c la mesure du côté du carré.

p le périmètre du carré.

a) Si le côté du carré mesure 1 cm, son périmètre mesure cm

Si le côté du carré mesure 2 cm, son périmètre mesure cm

→ Complète le tableau.

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p										

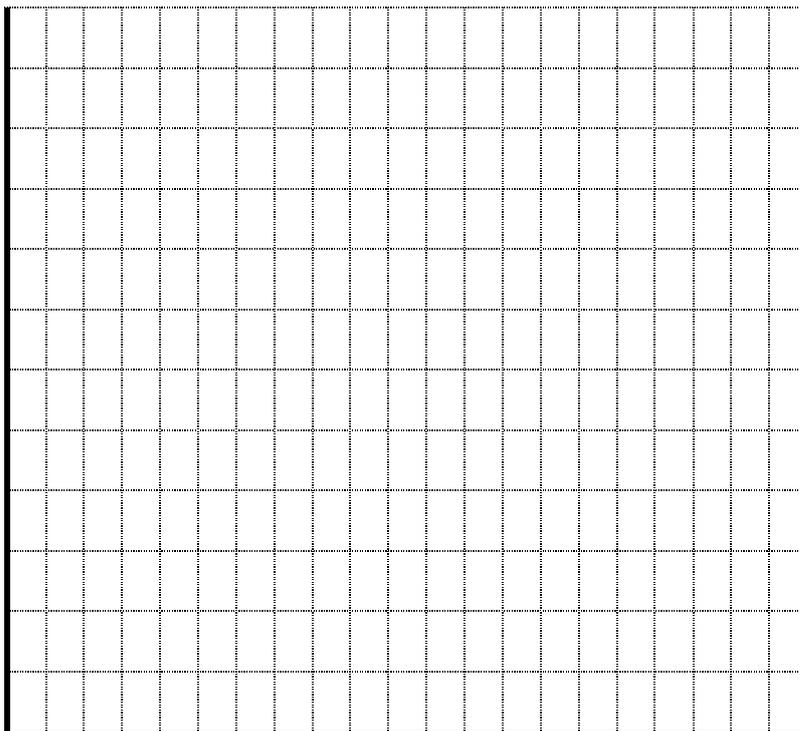
b) S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? Justifie ta réponse (de deux manières)

1. Les grandeurs c et p varient dans le

2. Les quotients des valeurs qui se correspondent sont

c) Dans le plan muni d'un repère cartésien, porte les points de coordonnées (c, p) trouvées dans le tableau.

Puis, trace le graphique qui donne le périmètre du carré en fonction de son côté.



7. La Cave inondée !

Pour évacuer l'eau d'une cave, on utilise une pompe qui dégage 30 litres d'eau en 20 secondes.

→ Complète le tableau de correspondance ci-dessous.

Durée (en secondes)	2	5			20	30		x (secondes)
Quantité d'eau évacuée (en litres)			9	15	30		60	

- S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? Justifie.
- Si oui, précise le coefficient de proportionnalité k qui permet de passer du temps d'action de la pompe à la quantité d'eau évacuée.
- Si tu désignes par x la durée d'action de la pompe et par y la quantité d'eau évacuée, traduis par une formule la relation qui existe entre la durée d'action de la pompe et la quantité d'eau évacuée.
- Représente graphiquement (sur une feuille quadrillée) la relation qui existe entre la durée d'action de la pompe et la quantité d'eau évacuée.

8. Dans chacun des cas suivants, détermine si les points dont on donne les coordonnées appartiennent au graphique d'une fonction de proportionnalité. Si c'est le cas, écris cette fonction.

1)

x	y
2	6
-3	-9
-2	-6

.....

2)

x	y
5	2
1	0,4
-3	1,2

.....

3)

x	y
0	1
1	2
2	3

.....

4)

x	y
3	2
-6	-4
5	$\frac{10}{3}$

.....

9. Pour chaque problème, complète le tableau, trouve le coefficient de proportionnalité et réalise un graphique sur une feuille quadrillée.

a) Un agriculteur veut mettre ses pommes de terre en sac. Sachant que 1 sac fait 5kg. Aide-le.

Nombre de sacs	0	10	20	50
Quantités de pommes de terre				

b) Un boulanger veut acheter des raisins pour réaliser 40 tartes. il a besoin d'un $\frac{1}{2}$ kg pour réaliser 1 tarte. Si 1 kg de raisins coûte 5€.

Quantités de raisins	0 kg		10 kg	
Nombre de tartes		10		40

c) Roger veut repeindre sa maison sachant qu'avec 3 litres de peinture il peut couvrir 6 m².

Quantité de peinture	0	3	6	12
Surface couverte				

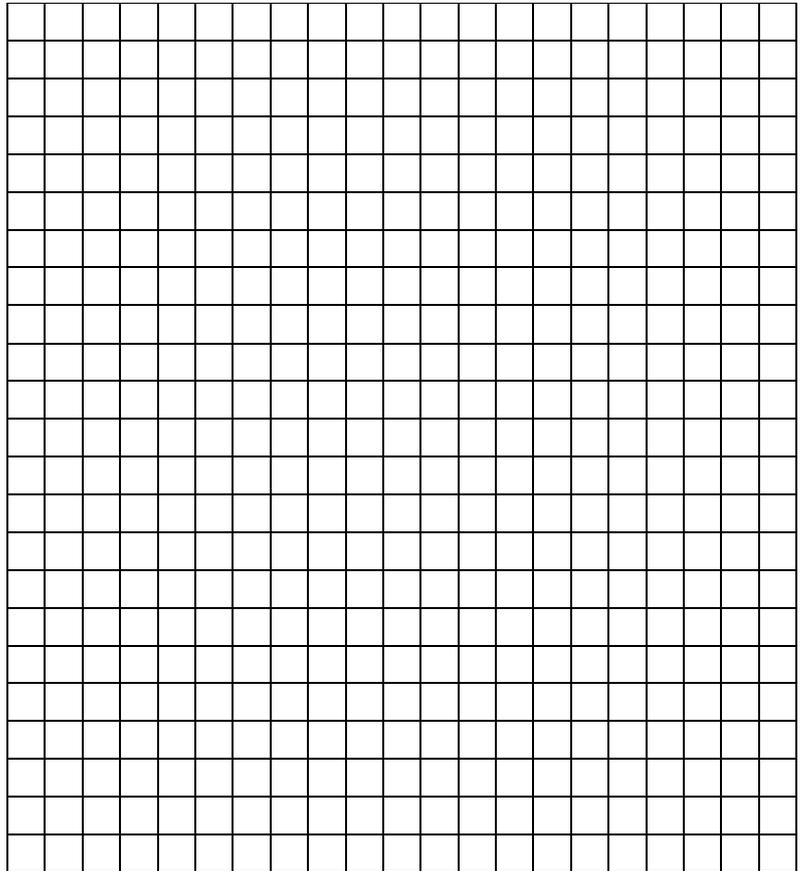
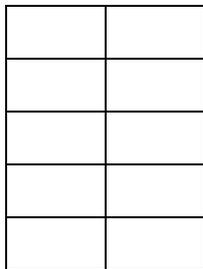
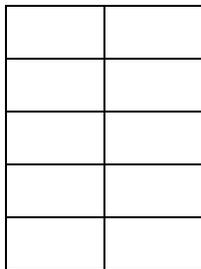
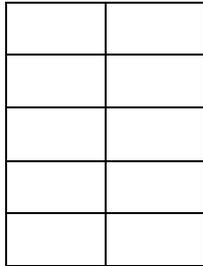
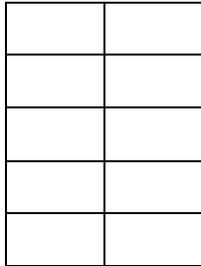
10. Représente graphiquement, sur le même repère, les trois fonctions suivantes :

$$f_1(x) = 2x$$

$$f_2(x) = -3x$$

$$f_3(x) = 5x$$

$$f_4(x) = x$$



11. Parmi les graphiques ci-dessous, y en a-t-il un qui traduit une situation de proportionnalité ?

Justifie ta réponse :

